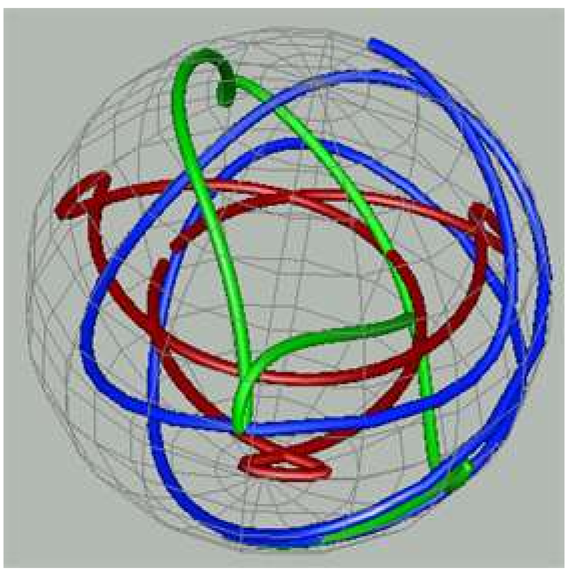
Prof. Dr. Alfred Toth

Komplexe und hyperkomplexe Semiotik



Semiotical Technical Laboratory,
Tucson 2018

Vorwort

Der vorliegende Band vereinigt meine wichtigsten Studien zu einer komplexen sowie hyperkomplexen (quaternionären und oktonionären) Semiotik. Dahinter steckt natürlich die Vorstellung, daß das Zeichen als Zahl aufgefaßt und formal definiert werden kann. Nun ist die Zahl, wenigstens so, wie sie in der üblichen Mathematik verwandt wird, rein quantitativ definiert: Man lernt ja bereits auf der Grundschule, daß man Äpfel und Birnen nicht addieren kann. Ferner ist, wie ebenfalls jeder weiß, das Zeichen definiert als referentielles Metaobjekt, etwa eine Postkarte, auf der eine Landschaft abgebildet ist. Das Zeichen hat somit ganz klar qualitative Eigenschaften und scheint also der quantitativen Zahl zu widersprechen.

Allerdings ist auch die Vorstellung qualitativer Zahlen alt – sie geht mindestens bis Platon zurück, und der bekannte Satz des Pythagoras „Alles ist Zahl" hatte wohl ebenfalls nicht nur quantitative, sondern auch qualitative Bedeutung. Tatsächlich verdankt sich die heutige enorme Abstraktion der Mathematik der Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität", wie Hegel sagte. Es wurden aber bereits seit den 1950er Jahren Versuche unternommen, qualitative Zahlen formal exakt einzuführen. Mit diesen Versuchen sind vor allem drei Namen verbunden: Gotthard Günther (1900-1984), Rudolf Kaehr (1942-2016) und Engelbert Kronthaler (*1943). Laut Rudolf Kaehr habe auch ich in maßgeblicher Weise zu dieser polykontexturalen Theorie beigetragen. Viel wichtiger sind jedoch meines Erachtens meine Versuche, die qualitative Zahl nicht von der Zahl aus, sondern vom Zeichen aus zu formalisieren. Und damit haben wir den groben Rahmen des vorliegenden Buches abgesteckt.

Tucson (AZ), am 26.4.2016 Prof. Dr. Alfred Toth

Die semiotische Struktur von komplexen und hyperkomplexen Zahlen

1. Eine Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

kann 1 oder 10^6 Objekte repräsentieren, d.h. es spielt keine Rolle, wie viele Objekte durch das Zeichen repräsentiert sind. Nehmen wir an, das Objekt $\mho_1$ werde durch ein Zeichen ZR repräsentiert, d.h.

$\mho_1 \rightarrow ZR$,

dann ist $\mho_1$ also z.B. der bestimmte, singuläre Ball, der vor mir liegt. Nun werde ich aber bald sehen, dass es eine ungeheuer grosse Anzahl von Bällen gibt. Deshalb gilt automatisch

$\{\mho_1, \mho_2, \mho_3, ..., \mho_n\} \rightarrow ZR$,

wobei die Zahl n absolut keinen Einfluss auf ZR hat. Diese nicht so ganz triviale Trivitalität ist es nun, durch welche sich eine Zeichenrelation markant von einer Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

unterscheidet, denn OR enthält das bestimmte, singuläre Objekt, das zum Zeichen erklärt werden soll und nicht eine Klasse solcher Objekte, welche eine Abstraktion darstellt, die den Zeichenbegriff voraussetzt. Eine Objektrelation ist eine singuläre Präsentation, eine Zeichenrelation ist eine mengenmässige Repräsentation. Es wäre also ein Hysteron-Proteron, würde man durch OR mehr als ein Objekt bestimmen lassen. Hier gilt also im Gegensatz zu ZR:

$\mho_1 \to \Omega_1$

$\{\mho_1, \mho_2, \mho_3, ..., \mho_n\} \to \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\} \to$
$\{(\mathcal{M}_1, \Omega_1, \mathcal{I}_1), (\mathcal{M}_2, \Omega_2, \mathcal{I}_2), (\mathcal{M}_3, \Omega_3, \mathcal{I}_3), ..., (\mathcal{M}_n, \Omega_n, \mathcal{I}_n)\}$

2. Es macht daher einen Unterschied, welche Arten von Zahlen man mit Hilfe der semiotischen Objektrelation bestimmt. So kann man eine reelle Zahl einfach durch

$OR = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

bestimmen.

Es ist aber die Struktur einer komplexen Zahl

$z = x + iy$,

wobei $i = \sqrt{-1}$ ist.

Nach Toth (2009) ist es nun möglich die Objektrelation so parametrisieren:

OR = $\{\pm\mathcal{M}, \pm\Omega, \pm\mathcal{I}\}$,

so dass wir einer komplexe Zahl mit reellem erstem und imaginärem zweitem Bestandteil die folgende semiotische Struktur zuschreiben können:

c = $\{<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2>, <\pm\Omega_1, \pm\Omega_2>, <\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2>\}$.

Ein Quaternion, das bekanntlich als

$$x = x_0 + x_1 \cdot \mathrm{i} + x_2 \cdot \mathrm{j} + x_3 \cdot \mathrm{k}$$

d.h. mit einem Real- und drei Imaginärteilen definiert ist, hat dann folgende semiotische Struktur:

h = $\{<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \pm\mathcal{M}_4>, <\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \pm\Omega_4>, <\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2, \pm\mathcal{I}_3, \pm\mathcal{I}_4>\}$.

Ein Oktonion, das man bekanntlich so definieren kann:

$$x = x_0 + x_1\, i + x_2\, j + x_3\, k + x_4\, l + x_5\, il + x_6\, jl + x_7\, kl,$$

hat folglich die semiotische Struktur

$$o = \{<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \pm\mathcal{M}_4, \pm\mathcal{M}_5, \pm\mathcal{M}_6, \pm\mathcal{M}_7, \pm\mathcal{M}_8>,$$
$$<\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \pm\Omega_4, \pm\Omega_5, \pm\Omega_6, \pm\Omega_7, \pm\Omega_8>$$
$$<\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2, \pm\mathcal{I}_3, \pm\mathcal{I}_4, \pm\mathcal{I}_5, \pm\mathcal{I}_6, \pm\mathcal{I}_7, \pm\mathcal{I}_8>\}.$$

Wenn man also sämtliche Zahlen mit Hilfe von semotischen Objektrelationen definieren will, kann man dies mittels der Mengenfamilie tun

$$OR = \{\pm\mathcal{M}_i, \pm\Omega_i, \pm\mathcal{I}_i\}$$

mit

$$\pm\mathcal{M}_i \in \{\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, ..., \pm\mathcal{M}_n\}$$
$$\pm\Omega_i \in \{\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, ..., \pm\Omega_n\}$$
$$\pm\mathcal{I}_i \in \{\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2, \pm\mathcal{I}_3, ..., \pm\mathcal{I}_n\}.$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009)

Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k, dann gilt zwangsläufig $n = k+$, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt $n = \cup m$ (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

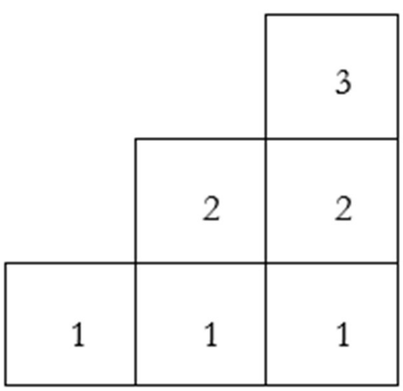
Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation“ im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)“ (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true‘ (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar“ (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \rightarrow O), O \rightarrow I)).$$

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem Treppenmodell darstellen:



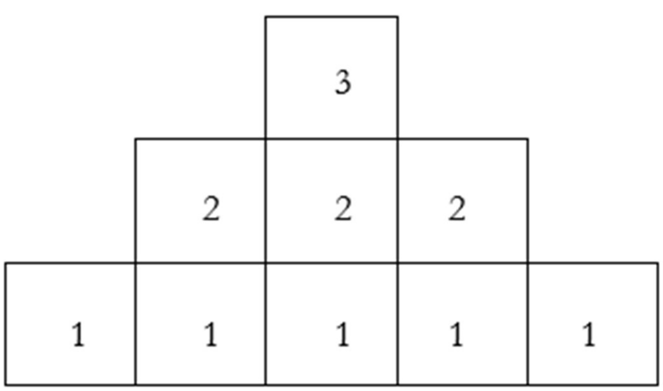
Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als (1) bzw. $(1 \subset 2)$. Schaut man nun den Bau einer Zeichenklasse an, wozu man die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a) vergleiche,

$$\text{Zkl} = \quad (3. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\} 1. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\})$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$\text{Rth} = \quad (1. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\} 3. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\})$$

dann erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



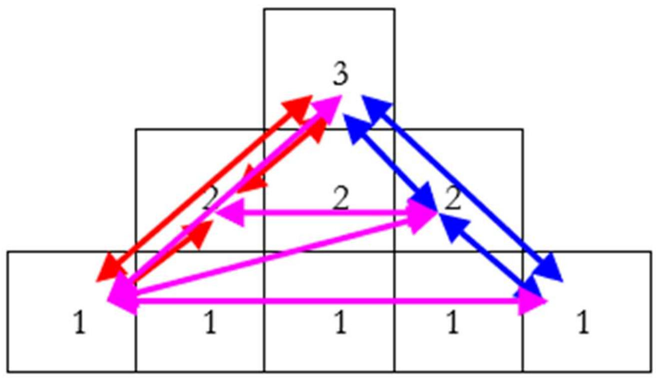
3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale“ Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis“ Benses, dass die Nachfolgerelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

$(1.) + (1.) \neq (2.)$	$(1.) + (1.) \neq (2.)$
$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$	$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$
$(1.) + (2.) \neq (3.)$	$(1.) + (2.) \neq (3.)$
$(2.) + (1.) \neq (3.)$	$(2.) + (1.) \neq (3.)$

Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahl-arithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

$(1.) \equiv (2.)$ $\qquad\qquad$ $(.1) \equiv (.2)$

$(1.) \equiv (3.)$ $\quad$ $(2.) \equiv (3.)$ $\quad$ $(.1) \equiv (.3)$ $\quad$ $(.2) \equiv (3.)$, sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:



(1.) ≡ (2.)
(1.) ≡ (3.) (2.) ≡ (3.)

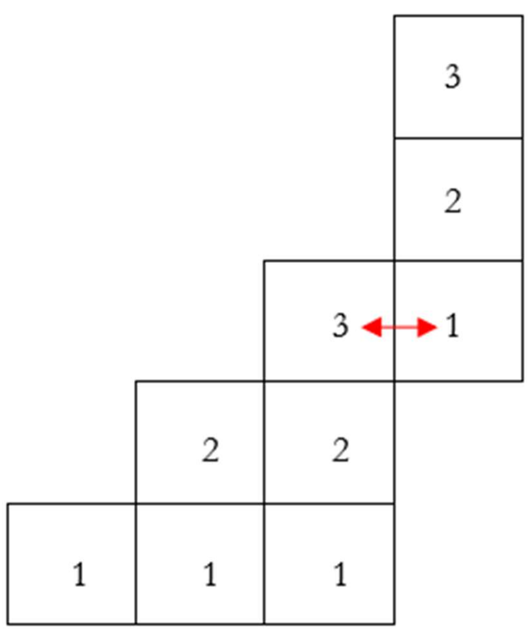
(.1) ≡ (.2)
(.1) ≡ (.3) (.2) ≡ (3.)

rot eingezeichnet

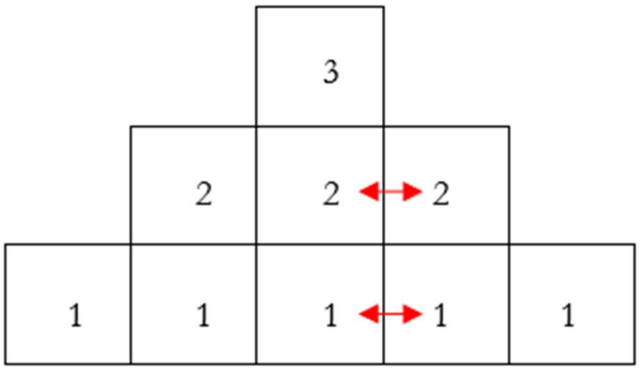
blau eingezeichnet

lila eingezeichnet

Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung I1 ≡ M2, kann man dies wie folgt darstellen:

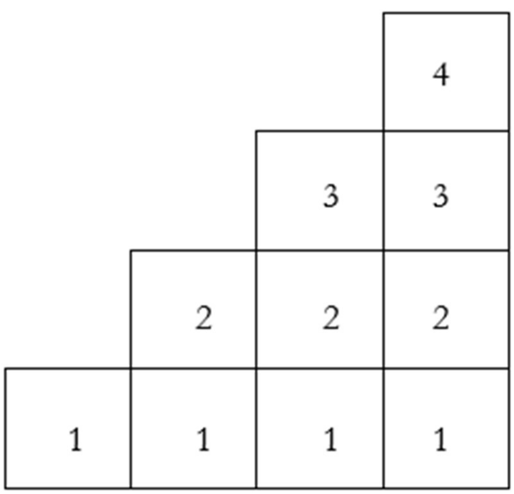


In komplexeren Fällen, wie etwa den von Bense (1975, S. 79) selbst auf andere Weise dargestellten Verknüpfungen (O1 ≡ O2) ∧ (M1 ≡ M2) sieht das im ökonomischten Fall wie folgt aus:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es total? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen" Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:



also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis" glaubte, jede n-adische Relation mit n > 3 können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser n≤3-stelligen Relationen absieht, d..h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

ZR+ = (M, O, I, ∅),

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien {M, O, I} folgt, sollte eigentlich zu denken geben, denn ∅ ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man ZR+ als Konkatenation von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n-adischer Relation mit n > 3 nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassenden Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

   $X^m Y^n$ mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei $X = Y$ erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall $m = n$ tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln×HRthn.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

5.	3.1	2.2	1.3	×	$\underline{3.1 \quad\quad 2.2}$		1.3	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1$
					$\underline{3.1}$	2.2	$\underline{1.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$
					3.1	$\underline{2.2 \quad 1.3}$		$3^1 \leftarrow 2^1 1^1$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisation" nennen möchte:

$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.2 0.3	× $\underline{3.0\ 2.1\ 1.2}$ 0.3	$3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
	$\underline{3.0\ 2.1}$ 1.2 0.3	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
	$\underline{3.0}$ 2.1 1.2 0.3	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$
	3.0 $\underline{2.1\ 1.2\ 0.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$

3.0	2.1	$\underline{1.2}$	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$
3.0	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
$\underline{3.0}$	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
3.0	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
3.0	$\underline{2.1}$	1.2	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
3.0	2.1	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen $3m > m$. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-

Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliessich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.

5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-; 10-, 11-, 12-; 13-, 14-, 15; ... –adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden, dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von n>3-adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. Niedrigere Strukturen benötigen also Erhellung durch höhere, dessen Fragmente sie sind, ebenso wie höhere Sturkturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative "Sprünge" (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Erné 1982, S. 263 denkt offenbar an "Würfe") INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics., 2009b

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Kontexturen für komplexe Subzeichen?

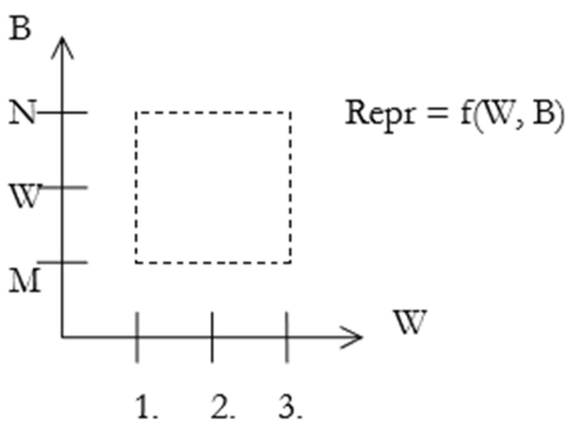
1. Kaehr (2008) hatte gezeigt, dass man die Fundamentalkategorien der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

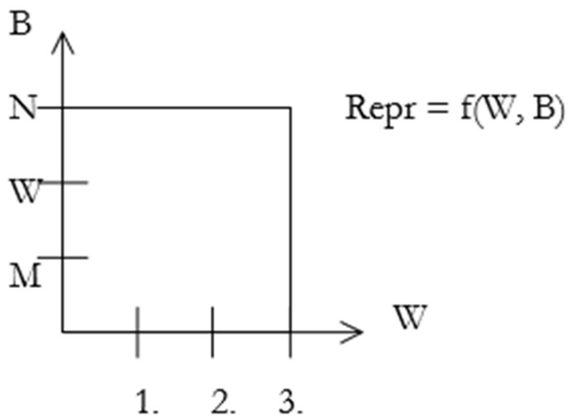
kontexturieren kann (mit K = 3):

$ZR^* = (.1._{1,3}, .2._{1,3}, .3._{2,3})$.

Nun ist ZR von Bense (1975, S. 16) als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein eingeführt. Damit kann man die Zeichenfunktion in dem folgenden Quadranten nach Bense (1976, S. 60) darstellen:



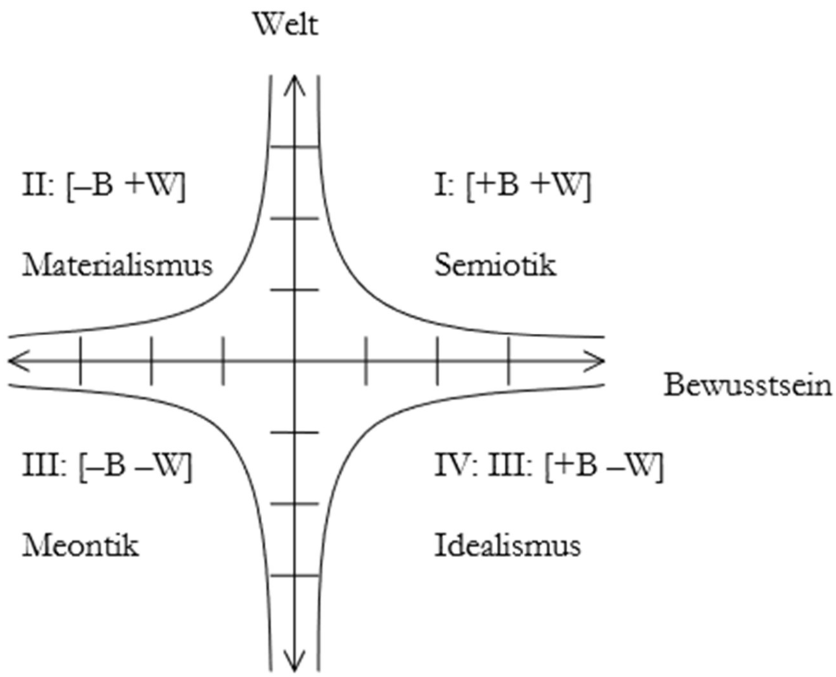
Wenn man noch die von Bense (1975, S. 44, 45 f., 65 f.) eingeführte Ebene der Nullheit, d.h. die Ebene der kategorialen Objekte, einführt, bekommt man



Zwei Überlegungen können nun aus diesem Modell heraus und weiter führen:

1. Die Idee, die anderen 3 Quadranten der Gaussschen Zahlenebene nicht ohne Begründung auszuschliessen, d.h. etwa mit einem Vorurteil, dass es so etwas wie „negative Zeichen“ nicht gebe, usw.

2. Wenn man bei ZR = f(B, W) bleibt, kann man die Zeichenfunktion als Hyperbelast mit Asymptoten sowohl zu B als auch zu W auffassen. Das bedeutet also, dass das Zeichen sich zwar B und W fast beliebig annähern kann, aber, anders als im 2. Modell, nie in die Kategorie der Nulldringt und daher die Objekte nicht „berührt“. Wenn man aber schon einmal einen Hyperbelast der Funktion y = 1/x hat, dann muss es auch den entsprechenden anderen Ast, d.h. denjenigen der Funktion y = -1/x, geben, und wenn man dergestalt mit diesen zwei Ästen die eine der beiden Hyperbelfunktionen hat, sollte es auch möglich sein, die andere in das kartesische Koordinatensystem einzuzeichenen, so dass sich am Ende Hyperbeläste in allen 4 Quadranten finden:



III: [–B –W]

IV: III: [+B –W]

Meontik

Idealismus

3. Wir bekommen also im Falle des letzteren Modells Zeichenklassen der Form

$Zkl\pm = ((\pm 3.\pm a)\ (\pm 2.\pm b)\ (\pm 1.\pm c)$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

und falls wir wie oben auch noch die Ebene der Nullheit dazunehmen

$Zkl0\pm = ((\pm 3.\pm a)\ (\pm 2.\pm b)\ Zkl\pm = ((\pm 3.\pm a)\ (\pm 2.\pm b)\ (\pm 1.\pm c), (\pm 0.\pm d)$ mit $a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$

Damit können wir nun die eingangs notierten Primzeichenrelationen redefinieren:

$ZR = (\pm.1., \pm.2., \pm.3.) \;/\; (\pm0., \pm.1., \pm.2., \pm.3.)$

$ZR^* = (\pm.1._{1,3}, \pm.2._{1,3}, \pm.3._{2,3}) \;/\; (\pm.0., \pm.1._{1,3}, \pm.2._{1,3}, \pm.3._{2,3})$

ZR* bedeutet also, dass Negativität einerseits durch die Zeichen selber in verschiedener Kombination in 3 von 4 semiotischen Kontexturen erreichbar ist, wobei sowohl Durchgänge im Uhrzeiger- wie im Gegenuhrzeigersinn zyklisch sind (vgl. Toth 2001; 2008, S. 57 ff.). Da diese Zeichenfunktionen bei definiertem Nullbereich (Nullheit) sogar die Nullachsen durchstossen können, auf denen ja nach Bense (1975, S. 66) kategorialen Objekte liegen müssen, handelt es sich hier also um echte und nicht nur metaphorische Kontexturgrenzen.

Anderseits wird Negativität, und zwar im Gegensatz zur obigen Zeichen-negativität nicht nur zwei-, sondern je nach gewählter Kontextur auch höhere Negativität durch die Kontexturenzahlen (Indizes) der Zeichen erreicht, wobei hier die Kontexturüberschreitungen natürlich sozusagen „inhärent“ sind. Das bedeutet: Wenn man eine kontexturierte komplexe Zeichenfunktion in die Gausssche Zahlenebene einzeichnet, kann man nur die Zeichen-Kontexturübergänge, aber nicht z.B. die Kontextur-zahlen-Übergänge $(1,2) \rightarrow (2,1)$ visualisieren, denn hierfür bräuchte man ein bisher nicht entwickeltes kombiniertes kartesisch-polykontexturales Modell. Wesentlich ist jedenfalls, dass bei dem hier vorgestellten Modell kontexturierter komplexer Zeichen natürlich nicht die Kontexturenzahlen selber negativ werden, sondern nur die sie tragenden Zeichen, oder genauer: Subzeichen. So kann also ein Subzeichen z.B. negativ sein, auch dann wenn es in einer positiven Kontextur liegt (d.h. in der logischen Position und nicht in einer der n-1 negativen Kontexturen einer n-wertigen Logik). Da auch das Umgekehrte möglich ist, dürfte das hier präsentierte Modell in Zukunft fruchtvoll für tiefergehende formale semiotische Untersuchungen eingesetzt werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Bd. 1. Wien 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Qualitative semiotische Zahlentheorie I

1. Die Idee, die Semiotik und die polykontexturale Logik zu einem einheitlichen Modell zusammenzubauen, stammt von Kronthaler (1992). Ich selber habe seit 1992, vor allem aber gegen Ende der 90er Jahre, versucht, diese „Hochzeit von Semiotik und Struktur" anzubahnen. So heisst auch mein 2003 erschienenes Buch, in der ich zu der mich selbst verblüffenden Lösung gekommen war, es genüge im Prinzip, die natürlichen Zahlen zuzüglich der Null zu nehmen und sie auf Keno-Strukturen abzubilden. Auf diese Weise würde man entsprechend der polykontexturalen aus der monokontexturalen Logik und der qualitativen aus der quantitativen Mathematik eine „polykontexturale Semiotik" aus der „monokontexturalen Semiotik" bekommen:

$$\mathbb{N} \cup \{0\} \to (\square, \blacksquare, \triangle, \blacktriangle, \circ, \bullet, \triangle, \blacktriangle, ...)$$

polyk.Logik   qual. Mathematik   polyk. Semiotik

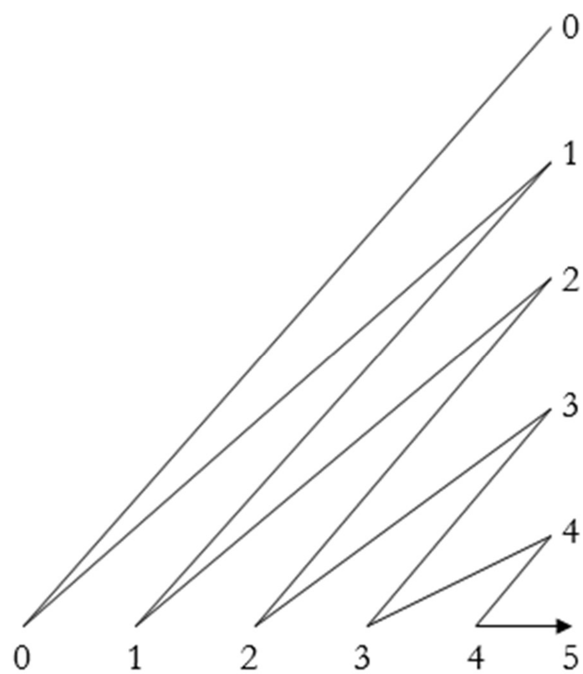
Viel weiter sind aber weder Kronthaler noch ich später gekommen. Gewaltige Durchbrüche brachten erst 2008 Rudolf Kaehrs Kontexturierung der Primzeichenrelation (und der semiotischen Matrix), die Verankerung semiotischer Systeme (Kaehr 2009a) sowie die Einführung semiotischer Morphogramme (Kaehr 2009b).

2. Wie ich in diesem Aufsatz zeigen werde, sind wir aber damit noch nicht fertig, denn es fehlt das Herzstück der qualitativen Mathematik: die Unterscheidung qualitativer Zahlen in Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen. Wie bekannt, zeichnen sich die Peano-Zahlen durch ihre Linearität aus, d.h. wir haben

$\sigma(n) = (n+1)$

$\alpha(n) = (n-1)$.

Wie bereits Günther (1979 [1971], S. 261) dargestellt hatte, sind qualitative Zahlen dagegen „tabular“:



In Toth (2009) und weiteren Arbeiten hatte ich zudem gezeigt, dass bei Peirce-Zahlen zwischen triadischen (td) und trichotomischen (tt) unterschieden werden muss

$tdP = (A \subset ((A \subset B) \subset C)$

$ttP = (a \subseteq b \subseteq c)$,

und dass die Nachfolger- und Vorgängerrelationen bei diagonalen Relationen unbestimmt ist:

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.2 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.3
\end{tikzcd}$$

So ist also z.B. wegen triadischem $1 < 2$ $(1.2) = \alpha(2.1)$, aber wegen trichotomischem $2 > 1$ gilt enfalls $(1.2) = \sigma(2.1)$, und umgekehrt. D.h. das Vorgänger- und Nachfolgersystem ist bei Peirce-Zahlen noch einiges komplizierter als bei qualitativen Zahlen. Wegen der Möglichkeit der Gleichheit ist es fermer umöglich, trichotomische Peircezahlen als eindeutige Nachfolger oder Vorgänger zu bestimmen.

3. Man muss sich an dieser Stelle auch ernsthaft fragen, wie man eine triadische Relation über angeblich einer monadischen, einer dyadischen sowie einer triadischen, aber tatsächlich über drei dyadischen Relationen (den Subzeichen) wirklich auflöst, wenn man sie als polykontexturales n-Tupel vermöge

$\mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow$ (□, ■, △, ▲, ○, ●, △, ▲, ...)

schreibt. Konkret gesagt: Wie bildet man etwa die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf eine Kenosequenz ab? Indem man quasi Paare von Kenos für die Dyaden nimmt? Das ist offensichtlicher Unsinn. Dann aber bleibt nur eine Lösung: Man verabschiedet sich von den Trichotomien. Ich weise ausdrücklich darauf hin, dass kartesische Produkte aus Primzeichen, Subzeichen genannt, innersemiotisch unmotiviert und wohl unmotivierbar sind. Warum ist etwa ein Icon (2.1) eine „Erstheit der Zweitheit“? Nach der Peirceschen Basis-Triade wäre der Icon somit eine „Qualität der Quantität“. Als Modell aber ist er z.B. ein Bild (vgl. Walther 1979, S. 63). Warum also ist ein Bild oder Abbild eine „Qualität der Quantität“? Genauso gut könnte man das Icon mit „1“, den Index mit „2“ und das Symbol mit „3“ – oder mit irgendwelchen Phantasiezahlen – kennzeichnen. Wir sollten auch nicht vergessen, dass es in polykontexturalen Systemen keine kartesischen Produkte geben kann, denn diese setzten den Gruppenbegriff voraus, und die Mathematik der Qualität stellt nicht einmal ein Gruppoid dar! Es ist somit Unsinn, die Trichotomien zu behalten. Sie dürfte das bisherige Haupthindernis gewesen sein, welches die Abbildung von Zeichen aus Kenogrammstrukturen verhinderten.

Damit werden also aus triadischen nun hexadische Relationen:

(3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (312111)
(3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (312112)
(3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (312113)

Damit haben wir gleich ein anderes bisheriges Hindernis aus dem Weg geräumt: die triadische Verschachtelung, wonach die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit „involviert“ seien (Bense 1979, S. 53, 67). Das Zeichen ist somit nun eine gewöhnliche Menge bzw. Relation und keine metarelationale Menge oder meta-mengentheoretische Relation mehr (vgl. die sehr berechtigte Kritik Kaehrs in Kaehr 2009c).

4. Nach diesen Vorbereitungen im Anschluss an Toth (2003) sind wir nun bereit, die einzelnen Schritte von den Peano-Zahlen mit Qualitätssprung zunächst zu den Proto-Zahlen und hernach zu den Deutero- und den Trito-Zahlen, wie sie Kronthaler (1986, S. 16) aufgezeigt hatte, auch anhand der Zeichen, nunmehr aufgefasst als hexadische Relationen, zu vollziehen.

4.1. Wert-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl} (3.1\ 2.1\ 1.1) & \rightarrow & (abcbbb) \\ (3.1\ 2.1\ 1.2) & \rightarrow & (abcbbc) \\ (3.1\ 2.1\ 1.3) & \rightarrow & (abcbba) \\ (3.1\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (abccbc) \\ (3.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (abccba) \\ (3.1\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (abcaba) \\ (3.2\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (acccbc) \\ (3.2\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (acccba) \\ (3.2\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (accaba) \\ (3.3\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (aacaba) \end{array}\right\} \quad \text{semiotische Trito-Struktur}$$

4.2. Positions-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lll}
\text{(abcbbb)} & \rightarrow & \text{(abbbbc)} \\
\text{(abcbbc)} & \rightarrow & \text{(abbbcc)} \\
\text{(abcbba)} & \rightarrow & \text{(aabbbc)} \\
\text{(abccbc)} & \rightarrow & \text{(abbccc)} \\
\text{(abccba)} & \rightarrow & \text{(aabbcc)} \\
\text{(abcaba)} & \rightarrow & \text{(aaabbc)} \\
\text{(acccbc)} & \rightarrow & \text{(abcccc)} \\
\text{(acccba)} & \rightarrow & \text{(aabccc)} \\
\text{(accaba)} & \rightarrow & \text{(aaabcc)} \\
\text{(aacaba)} & \rightarrow & \text{(aaaabc)}
\end{array}\right\} \quad \text{semiotische Deutero-Struktur}$$

4.3. Iterations-Abstraktion

$$\left.\left.\begin{array}{l}
\text{(abbbbc)} \\
\text{(abbbcc)} \\
\text{(aabbbc)} \\
\text{(abbccc)} \\
\text{(aabbcc)} \\
\text{(aaabbc)} \\
\text{(abcccc)} \\
\text{(aabccc)} \\
\text{(aaabcc)} \\
\text{(aaaabc)}
\end{array}\right\} \rightarrow \quad \text{(abc)} \quad\right\} \quad \text{semiotische Proto-Struktur}$$

5.1. Wert-Belegung der Proto-Zeichen

(abc) $\rightarrow$ (123) $\cong$ (132) $\cong$ (213) $\cong$ (231) $\cong$ (321) $\cong$ (312)

(Zum Normalform-Operator vgl. Kronthaler 1986, S. 39.)

5.2. Wert-Belegung der Deutero-Zeichen

(abbbbc) $\rightarrow$ (122223) $\cong$ (133332) $\cong$ (211113) $\cong$ (233331) $\cong$ ...
(abbbcc) $\rightarrow$ (122233) do.
(aabbbc) $\rightarrow$ (112223) do.
(abbccc) $\rightarrow$ (122333) do.
(aabbcc) $\rightarrow$ (112233) do.
(aaabbc) $\rightarrow$ (111223) do.
(abcccc) $\rightarrow$ (123333) do.
(aabccc) $\rightarrow$ (112333) do.
(aaabcc) $\rightarrow$ (111233) do.
(aaaabc) $\rightarrow$ (111123) do.

5.3. Wert-Belegung der Trito-Zeichen

(abcbbb) $\rightarrow$ (123222) $\cong$ (132333) $\cong$ (213222) $\cong$ (232333) $\cong$ ...
(abcbbc) $\rightarrow$ (123223) do.
(abcbba) $\rightarrow$ (123221) do.
(abccbc) $\rightarrow$ (123323) do.

(abccba) →	(123321)	do.
(abcaba) →	(123121)	do.
(acccbc) →	(133323)	do.
(acccba) →	(133321)	do.
(accaba) →	(133121)	do.
(aacaba) →	(113121)	do.

6.1. Reihenfolge der Proto-Zeichen

(123)

6.2. Reihenfolge der Deutero-Zeichen

(111123)

(111223)

(111233)

(112223)

(112233)

(112333)

(122223)

(122233)

(122333)

(123333)

6.3. Reihenfolge der Trito-Zeichen

(113121)

(123121)

(123221)

(123222)

(123223)

(123321)

(123323)

(133121)

(133321)

(133323)

7. Morphogramme

7.1. Morphogramm für Proto-Zeichen

In der hexadischen Semiotik gibt es nur ein Proto-Zeichen, und dieses erscheint in der Kontextur K = 4:

0123

Wir wollen an dieser Stelle exemplarisch, d.h. praemissis praemittendis auch für die nachfolgenden Abschnitte über Deutero- und Trito-Zeichen, zeigen, wie man die Maximalanforderungen der durch die abstrakte qualitative Zahlentheorie vorausgesagten Menge an Morphogrammen erfüllen könnte. Da das Morphogramm 0123 nur eines von 4 möglichen Morphogrammen der Proto-Zahlen ist, sehen die übrigens 3 Morphogramme wie folgt aus.

0000 $\rightarrow$ (1111), (2222), (3333), (4444)

0001 $\rightarrow$ (1112), (1113), ..., (2221), (2223), ..., (3334), ..., (4443)

0012 $\rightarrow$ (1123), ...

0123 $\rightarrow$ (1234)

Triadische Zeichenklassen als Fragmente tetradischer werden also nur über 0012 konstruiert. Und hier ist man im Grunde frei, ob man 1123 z.B. als (3.a 2.b 1.c 1.d) oder als (3.2 1.1), d.h. als Dyaden-Paar wie in der monokontexturalen Semiotik, interpretiert. Jedenfalls sieht man bereits anhand der Proto-Primzeichen-Relation, dass triadische Semiotiken stets Fragmente tetradischer Semiotiken sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

7.2. Morphogramme für Deutero-Zeichen

Da wir von einer hexadischen Semiotik ausgehen, benöltigen wir K = 7, um die Morphogramme der Deutero- und der Trito-Zeichen darzustellen.

0111123

0111223

0111233

0112223

0112233

0112333

0122223

0122233

0122333

0123333

7.3. Morphogramme für Trito-Zeichen

0113121

0123121

0123221

0123222

0123223

0123321

0123323

0133121

0133321

0133323

8. Vergleich der Basis-Morphogramme und der semiotischen Morphogramme

8.1. Proto-Zahlen und Proto-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0012

0123 0123

5 00000

00001

00012

00123

01234

6 000000

000001

000012

000123

001234

012345

7 0000000

0000001

0000012

0000123

0001234

0012345

0123456

8.2. Deutero-Zahlen und Deutero-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0011

0012

0123

5 00000

00001

00011

00012

00112

00123

01234

6 000000

000001

000011

000012

000111

000112

000123

001122

001123

001234

012345

7	0000000	0111123 $\rightarrow$ 0000000111123 (K = 13)
	0000001	0111223 $\rightarrow$ 000000111223 (K = 12)
	0000011	0111233 $\rightarrow$ 00000111233 (K = 11)
	0000012	0112223 $\rightarrow$ 0000112223 (K = 10)
	0000111	0112233 $\rightarrow$ 000112233 (K = 9)
	0000112	0112333 $\rightarrow$ 00112333 (K = 8)
	0000123	0122223
	0001111	0122233
	0001112	0122333
	0001123	0123333
	0001222	
	0001223	
	0001234	
	0012345	
	0123456	

Wenn man also von der unveränderten, d.h. nicht-iterierten und anderswie erweiterten Normalform (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.) der Morphogramme ausgeht, muss man die oben markierten als Fragmente aus höheren Kontexturen (bis und mit K = 13) betrachten. Die letzten 4 Monogramme können z.B. als durch Minimierungsoperation (vgl. Kronthaler 1986, S. 38) aus dem letzten regulären Morphogramm von K = 7 erklärt werden.

8.3. Trito-Zahlen und Trito-Zeichen

Die Kontextur K = 7 hat 877 Morphogramme. Ich beschränke mich deshalb hier auf die Angabe der 10 Trito-Zeichen-Morphogramme.

0113121 $\rightarrow$ 00113121 [?], K = 8
0123121
0123221
0123222
0123223
0123321
0123323
0133121
0133321
0133323

Das erste Morphogramm verweist auf die nächst-höhere Kontextur. Die anderen können hierher gehören, wenn man sich als durch Intra-Operatoren verändert (vgl. Kronthaler 1986, S. 37 ff.) anschaut.

9. Die Anzahl der Morphogramme der Proto-, Deutero- und Trito-Systeme der ersten 7 Kontexturen

K	Proto		Deutero		Trito (Bell-Zahlen)	
	Za.	Zei.	Za.	Zei.	Za.	Zei.
1	1		1		1	
2	2		2		2	
3	3		3		5	
4	4	1	5		15	
5	5		7		52	
6	6		11		203	
7	7		15	10	877	10

Anhand dieser Vergleichtabelle zwischen der Anzahl der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen sowie der entsprechenden Zeichen kann man sich orientieren, was für ein ungeheuer fragmentarisches System die triadische Peircesche Semiotik ist. Wenn man ferner zustimmt, dass manche Deutero- und Trito-Morphogramme selber Fragmente von bis zu 13-kontexturalen qualitativen Zahlensystemen sind, kommt man zu ähnlich erschreckenden Schlussfolgerungen wie denjenigen zur Logik von Gotthard Günther (1980, S. 179 ff.). Und dies alles, nachdem wir für diese Arbeit ja die Trichotomien und die Ordnung der Fundamentalkategorien abgeschafft haben! Es sind damit die folgenden zwei Hauptgründe, die für den Fragmentstatus der Semiotik und ihrer daraus folgenden Unfähigkeit, Wirklichkeit qualitativ-quantitativ bzw. quantitativ-qualitativ zu beschreiben, verantwortlich zu machen sind:

1. Das Gesetz der paarweisen Verschiedenheit der Fundamentalkategorien, d.h. ZR = (1, 2, 3) mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Beschränkung auf die Triadizität nach oben und die Beschränkungen auf die Triadizität nach unten, d.h. die Nichtakzeptanz 1- und 2-stelliger Relationen, als zeichenhaft sowie die falsche Behauptung, alle n-adische Relationen könnten auf 3-adische reduziert werden (vgl. Toth 2008, S. 713 ff.).

Möglicherweise ist die Beschränkung 1 sogar dafür verantwortlich, dass man den Grossteil der Deutero-Morphogramme erst in 13 Kontexturen beschreiben kann. Wenn man vor allem die Beschränkung 1 aufhebt, erhält man zwar keine Zeichenklassen der bisher bekannten Formen mehr, aber einen Strukturreichtum bis 877 semiotischen Trito-Zahlen (Morphogrammen), also bedeutend mehr als die maximale Anzahl von $3^3 = 27$ triadischen Zeichenklassen. Zusammenfassend müssen wir also für eine polykontexturale Semiotik die folgenden Limitationen aufheben:

1. Die Verschachtelung, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation

2. Die Trichotomien als angebliche Untergliederungen oder „Feinbezüge" der Triaden (und damit die differenten Ordnungen der triadischen und der trichotomischen Peirce-Zahlen).
3. Die paarweise Verschiedenheit der Kategorien
4. Die beiderseitige Begrenzung auf triadische Relationen. Die n-adizität semiotischer Relationen muss umgekehrt sogar aus der Anzahl der jeweils benötigten Kontexturen folgen, d.h. prinzipiell als variabel eingeführt werden.

Eine solche m-kontexturale n-adische Semiotik wird die Peircesche Semiotik natürlich als Spezialfall enthalten, als unbedeutenden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009b)

Kaehr Rudolf, Luhmann's secret diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Luhmanns%20Diamonds/Luhmanns%20Diamonds.pdf (2009c)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative semiotische Zahlentheorie II

1. In Toth (2009b) sind wir von den Peirceschen triadischen Zeichenklassen ausgegangen und haben sie mittels Wert-, Positions- und Iterationsabstraktion auf ihre Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen zurückgeführt. Erwartungsgemäss war das Ergebnis nicht die Menge der qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen, wie sie z.B. bei Kronthaler (1986, S. 33 f.) aufscheinen, sondern die Menge der dergestalt dreifach reduzierten Zeichenklassen ist einerseits nur ein kleines Fragment der qualitativen Zahlen, geht anderseits aber bereits stark über die qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen hinaus. Bei unserem Vorgehen der dreifachen Reduktion von Zeichenklassen hatten wir ja auch nur die Trichotomischen Triaden aufgehoben und also die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Relationen als Hexaden behandelt, aber die übrigen Peirceschen Limitationstheoreme waren bestehen geblieben. Es sind die folgenden:

1. Die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien:

   $ZR = (1, 2, 3)$ mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Verschachtelung der triadischen Relation, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation:

   $ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$.

3. Die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten:

$$ZR = (0, 1, 2, \leftarrow \boxed{3} \rightarrow, 4, 5, 6, ...)$$

Im Zusammenhang mit 3. stellt auch sich die Frage nach dem Verhältnis von der Stelligkeit (n-adizität) semiotischer Relationen und der Anzahl benötigter Kontexturen. Obwohl es keine absolute Regel gibt – man kann z.B. eine dyadische Relation wie (12) in einem 10-kontexturalen Morphogramm darstellen: (0000000012), man kann umgekehrt sogar eine enneadische Relation wie (123456789) in einem 2-kontexturalen Morphogramm darstellen: (79), ist es einleuchtend, dass im Idealfall die Anzahl Konturen für eine n-adische Relation minimal n und optimal (n+1) beträgt. Das geht also zusammen mit Kaehrs Kontexturierung der triadischen Peirceschen Zeichenrelation in K = 3 bzw. K = 4 (Kaehr 2008). Wir formulieren deshalb als 4. aufzuhebendes semiotisches Limitationstheorem:

4. Die Abhängigkeit der Kontexturen von der Stelligkeit der Relation.

2.1. Wenn wir also (1.) die paarweise Verschiedenheit der Relationen aufheben, werden wir Zeichen bekommen, die z.B. kein Mittel, kein Objekt oder keinen Interpretanten haben. Dass es solche Zeichen gibt, darauf wurde schon früher hingewiesen (Toth 2008a, b, c). Es ist sogar so, dass ja die Unterscheidung von Mittel, Objekt und Interpretant eigentlich nur aus der Idee der Triadizität folgt, die seinerseits, wie Günther bei Peirce nachgewiesen hat, in der Trinität gründet (Günther

1978, S. 12). D.h. wäre Peirce also von der vor der christlichen 3-Zahl (Trinität) weltweit verbreiteten 4-Zahl (Quaternität) ausgegangen, die ja bekanntlich auch in der Bibel weit verbreitet ist (die 4 Weltrichtungen, Himmelsgegenden, Paradiesströme, apokalyptischen Reiter, Planeten (Jupiter, Merkur, Mars, Saturn), Sonnenrosse, Gesichter (Ezechiel 1), dann die 4 Haupttugenden, Gliedmassen, Welalter, Jahreszeiten, Tageszeiten, Nachtwachen, Farben des Kartenspiels, usw., vgl. Bischof 1997, S. 200 ff.), dann hätte er notwendig wohl nicht nur eine vierte, sondern vier völlig neue Fundmentalkategorien gebraucht. Tatsächlich gibt es eine solche Semiotik, die nicht einfach eine tetradische Relation aus M, O, I, ? darstellt, sondern durch B(a, l, g, x) definiert ist, worin B die Bedeutungsrelation ist (d.h. die Zeichenrelation wird als Bedeutungsrelation eingeführt), a der Name ist, der in der Sprache l den Gehalt g eines Dinges x formalisiert (Menne 1992, S. 55). Versuchen wir also, die Mennesche tetradische Bedeutungsrelation im Rahmen der Peirce-Semiotik darzustellen! Der Name a ist M, der Mittelbezug, die Sprache l, d.h. ein Repertoire, fehlt bei Peirce. Da M daraus selektiert wird, muss l = {M} sein, wobei wir allerdings $\{M\}_1$ setzen sollten, da es ja mehr als eine Sprache/ein Repertoire gibt und ein M, selektiert aus einem falschen Repertoire, nach Menne die Bedeutungsrelation nicht erfüllt. Damit kommen wir zu g, dem Gehalt eines Dinges x. Dies ist offenbar die Relation zwischen einem realen Objekt und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$). Da das reale Objekt bei Peirce nicht vorkommt, wollen wir es mit Ω abkürzen. Damit können wir die Peircesche triadische Zeichenrelation

$$ZR = (M, O, I)$$

der Menneschen tetradischen Bedetungsrelation

$$BR = (a, l, g, x) = (M, \{M\}_1, ((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega))$$

gegenüberstellen. Wie man sogleich erkennt, haben die beiden Zeichenrelationen nicht das geringste miteinander gemeinsam, obwohl wir sie versuchsweise ineinander übersetzt haben. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal zu überlegen, wie viele verschiedene einnander nicht-isomorphe Definitionen von Zeichenrelationen es gibt.

2.2. Wäre also Peirce z.B. von der Menneschen tetradischen Relation ausgegangen, hätte er wegen $a \in l$ nicht mit paarweiser Verschiedenheit von Kategorien operieren können, davon abgesehen, dass weder a noch l sensu stricto Kategorien sind, genauso wenig wie ein Lemma in einem Wörterbuch einer bestimmten Sprache und das Wörterbuch selbst als Kategorien bezeichnet werden können. Schwieriger ist es bei g und x. Wenn man diese komplexe Relation in diejenige von Peirce übersetzt, d.h. $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$, dann ergibt sich ein Bezug zwischen O und Ω, die zwar als Kategorien – O ist eine semiotische und Ω ist ihre korrespondierende ontologische Kategorie -, aber sonst keineswegs paarweise verschieden sind, insofern hier ja gerade eine semiotische Relation zwischen dem äusseren (Ω) und dem inneren (O) bezeichneten Objekt, oder Peirceianisch gesprochen: zwischen Objekt und Objektbezug hergestellt wird.

2.3. Ein weiteres Beispiel einer triadischen Relation, die sogar stets mit der Peirceschen Zeichenrelation identifiziert wurde, ist die Kommunikationsrelation KR = (O, M, I), vgl. z.B. Bense (1971, S. 39 ff., 1976, S. 26 f.). Davon abgesehen, dass hier die Reihenfolge der Primzeichen nicht mit der von ZR = (M, O, I) übereinstimmt, ist die Identifikation von O mit dem Expedienten, von I mit dem Rezipienten und von M mit dem Kanal des Kommunikationsschemas gewalttätig. Wie kann ein totes Objektes Information aussenden? Warum ist nicht der Sender ein I1 und der Empfänger ein I2, so wie es jedes Kind erwarten würde, das schon einmal Telephönli gespielt hat? Wie kann ein Mittel als 1-stellige Relation 3-stellige Zeichenfunktion ausüben (so behauptet bei Bense 1976, S. 26 unten)?

2.4. Bei einer weiteren triadischen Zeichenrelation, dem bereits auf Peirce zurückgehenden Kreationsschema (vgl. z.B. Bense 1979, S. 87 ff.), ist nicht nur wiederum die Ordnung der Fundamentalkategorien verändert CR = (I, M, O) bzw. (M, I, O), sondern es wird behauptet, dass I und M einer anderen Partialrelation angehören als das „Produkt“ O, und dass I zwei statt eine Funktion ausübt: einerseits selektiert I aus M (genauer müsste hier {M} stehen!), anderseits kreiert es O (aus M). Auch hier sieht die Identifikation der Kreations- und mit der Zeichenrelation höchst artifiziell aus. Hier wird jedenfalls auch behauptet, dass eine Drittheit eine Erstheit auf reichlich mysteriöse Weise in eine Zweitheit verwandeln kann. Man stelle sich vor, so etwas würde in einer mathematischen Abhandlung stehen! Man grabe Erde (M) im Garten aus, sage „Simsalabim!“ (I) dazu – und man bekommt Gold (O) wie weiland Rabbi Loew in Prag.

2.5. Verwandte triadische Relationen, die zwar nie mit der Peirceschen Zeichenrelation in Beziehung gebracht wurden, aber immerhin Anwärterschaft darauf haben, sind z.B. Thema/Topik , Comment und Fokus, also die drei Grundbegriffe der Funktionalen Satzperspektive in der neueren Textlinguistik. Ohne grössere Vergewaltigung von Kategorien als es beim Kommunikations- und beim Kreationsschema der Fall war, könnte man hier argumentieren, das Topik sei das Mittel, es fungiere als „Unterlage“ der alten und/oder bekannten Information, als dasjenige, worüber etwas ausgesagt werden. Das, was darüber ausgesagt werde, d.h. die neue und/oder unbekannte Information, ist dann der Objektbezug, denn Information ist Mitteilung von Neuem, und Neues kann nur aus der Welt der Objekte kommen, niemals aus der Welt der Zeichen, die ja Objekte nur bezeichnen, aber niemals erzeugen oder auch nur verändern können (Benses Invarianzprinzip; Bense 1979, S. 39 ff., im Grunde eine hervorragende Begründung der Monokontexturalität der Peirceschen Semiotik). Der Fokus fällt dann auf den Interpretanten, denn dieser lenkt sozusagen das Bewusstsein auf jene Teilmenge der neuen/unbekannten Information, auf die besonders hingewiesen werden soll. Die Frage ist also in unserem Zusammenhang: Kann man die funktionale Triade FR = (T, C, F) nicht auch allgemein als Zeichenmodell verwenden? Sind diese drei „Kategorien“ nicht universell, d.h. über die Linguistik hinaus anwendbar? Sie sie wirklich weniger allgemein als die von Peirce stets aufrecht erhaltene „Universalität“ der „fundamentalen“

Kateogorien? Da wie gesehen haben, dass es Zeichen ohne Mittel gibt, kann man z.B. zeigen, dass es Sätze ohne Topiks gibt, z.B. Märchenanfänge, bei denen ein bestimmtes Konzept ja erst als Topik im Diskurs etabliert werden soll. Da es Zeichen ohne Objekte gibt – kann man auch zeigen, dass es Comment-lose Sätze gibt, das sind Sätze, die nur aus alter/bekannter Information bestehen. Und da es schliesslich Zeichen ohne Interpretanten gibt, kann man auch zeigen, dass es Fokus-lose Sätze gibt – die meisten nämlich. Genauso gibt es Kommunikationsschemata ohne Sender (z.B. Signale), ohne Empfänger (Symptome), ohne Kanal (natürliche Zeichen, Anzeichen), dasselbe gilt für Kreationsschemata und wohl sämtliche triadischen Relationen, die sich als um nicht allgemeiner entpuppen als die angeblich universalen und fundamentalen Peirceschen Kategorien.

2.6. Übrigens ist es eine eigene Überlegung wert, ob wahrhaft universale und fundamentale Kategorien wirklich semiotische und nicht eher universal-metaphysische Kategorien sein müssen, z.B. die ebenfalls bei Peirce auffindbare frühe Triade (Quantität – Qualität – Relation), die nun wirklich ein erstklassiger Kandidat einer universalen und fundamentalen kategorialen triadischen Relation ist. Danach könnte man Zeichen anhand von diesen drei Bestimmungsstücken sicher viel ungezwängter klassifizieren als dort einen Interpreten zu suchen, wo gewiss keiner ist (z.B. bei Eisblumen) oder dort nach einem Mittel zu suchen, wo keines vorhanden ist (bei einer Handbewegung), oder dort nach Objekten zu suchen, wo solche bewusst nicht vorhanden sein sollen (z.B. dadaistische , stochastische Musik, bestimmte Formen der Malerei). Die Triade

Quantität – Qualität – Relation ist allein deshalb unversaler, weil sie gar nicht bereits semiotisch ist, sondern viel näher an den Objekten ist, aus denen die Zeichen in der Semiose ja entstehen: Jedes Objekt hat eine gewisse Quantität, Qualität, Relation. Ferner hat man hier bereits eine in der Semiotik erst am Schluss ihrer Entwicklung (Bense 1992) erreichte vollständige Klassifikation der Zahl als Zeichen, nämlich die rein quantitative Zahl (z.B. Peano-Zahl), die qualitative Zahl (Proto-, Deutero-, Trito-Zahl) und die relationale Zahl (Peirce-Zahl; vgl. Toth 2009a), und man sieht bereits hier, dass mit der Aufhebung-Ergänzung der Mathematik der Quantitäten durch die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten die Welt der Mathematik noch nicht ausgeschöpft ist – es braucht nämlich noch eine Theorie der Peirce-Zahlen oder semiotischen Relationalzahlen.

3. Wenn wir schliesslich von der Verschachtelung der Zeichenrelation, die diese in eine (gerichtete) Relation von Relationen bzw. Menge von Mengen bzw. Menge von Relationen bzw. Relation von Mengen verwandelt, d..h. von

$$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$$

absehen, dann befreien wir uns von der paradox anmutenden Forderung Peirce, dass gemäss seiner (von der Semiotik primär unabhängigen) „Pragmatischen Maxime“ das Zeichen stets von einem Interpretanten eingeführt und über ein Objekt zu einem Mittel führt, d.h. von der Ordnung ZR = (I, O, M) und der mit ihr in nie auch nur diskutiertem

Widerspruch stehenden Normalform-Ordnung von Zeichenklassen ZR = (M, O, I). Damit fallen auch die Fragen nach den Interpretationen der übrigen Permutationen (IMO, MIO, OMI, OIM) wegen. Das Zeichen kann dann überall anfangen, d.h. bei M, O oder I. Mit solchen Tricks operiert ja bereits die Umgangssprache: Die Aussagen:

a) Ein Mittel bezeichnet ein Objekt durch einen Interpretanten.
b) Mit einem Mittel bezeichnet ein Interpretant ein Objekt.
c) Ein Objekt wird mit einem Mittel von einem Interpretanten bezeichnet.
d) Ein Objekt wird von einem Interpretanten durch ein Mittel bezeichnet.
e) Ein Interpretant bezeichnet mit einem Mittel ein Objekt.
f) Ein Interpretant bezeichnet ein Objekt durch ein Mittel.

sind ja gleichbedeutend, d.h. die Ordnung der Kategorien ist egal; das Zeichen kann eben überall beginnen.

Umgekehrt folgt die Aufhebung der Verschachtelung aber bereits aus der Relativierung der Kategorien, v.a. der Aufhebung der paarweisen Differenziertheit der Kategorien und der dadurch eröffneten Möglichkeit, dass eine Zeichenrelation z.B. zwei Mittel, aber keinen Interpretanten, 2 Objekte, aber kein Mittel usw. enthält. Würde man hier an der Verschachtelung festhalten, müsste im Extremfall eine Zeichenklasse aus einer dreifachen Selbstverschachtelung einer einzigen Kategorie bestehen.

4. Obwohl wir bereits am Anfang unserer qualitativen semiotischen Zahltheorie die Trichotomie aufgehoben haben, seien hier in Zusammenhang mit dem letzten Abschnitt noch eine paar Bemerkungen nachgeschoben: Trichotomie entstehen durch kartesische Produkt-bildung, und kartesische Produktbildung setzt abelsche Gruppen voraus, also ein höchst spezialisiertes mathematisches System, das für qualitative Systeme unerbringlich ist. Z.B. stellt die Mathematik der Qualitäten vom Standpunkt der quantitativen Mathematik aus betrachtet nicht einmal ein Gruppoid dar. Daher verbieten sich Trichotomien für den Aufbau einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie von selbst. Anderseits werden Trichotomien aber auch durch die relationale Verschachtelung der Triaden vorbereitet, denn aus ihr folgt, dass eine Erstheit durch 1 weitere, eine Zweitheit durch 2 weitere und eine Drittheit durch 3 weitere Relationen gesättigt werden kann, also

$$\begin{array}{ccc} & & 3 \\ & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 \\ & & 1 \end{array}$$

5. Auch das letzte im Rahmen einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie aufzuhebende Limitationstheorem, die Begrenzung auf

triadische Relationen nach oben und nach unten, folgt natürlich aus der Aufhebung der Forderung nach paarweiser Verschiedenheit der Kategorien, denn wenn Gebilde wie

(111), (222), (333)
(112), (131), (322), usw.

erlaubt sind, gibt es keinen Grund, sie nach „unten", d.h. in den Bereich der Dyaden und Monaden, oder nach „oben", d.h. in die Bereiche der Tetraden, Pentaden, Hexaden, usw. zu verlängern (vgl. Toth 2006/08, S. 214 ff.).

6. Nun hatten wir aber in Abschnitt 2 bereits darauf hingewiesen, dass es eine viel universalere und fundamentalere Semiose gibt als ZR = (M, O, I), nämlich die „Grundrelation"

GR = (Qn, Ql, R).

Zusammen mit den Aufhebungen der 4 Limitationstheoreme hindert uns nun nichts daran, sowohl die Anzahl der Qn, Ql als auch der R zu erweitern:

$GR_{max} = (Qn_1, Qn_2, Qn_3, ..., Ql_1, Ql_2, Ql_3, ..., R_1, R_1, R_1, ...)$

Wenn wir verabreden, dass alle Quantitäten in eine einzige Kontextur, K 1, gehören, also so, wie sie von der traditionellen quantitativen

Mathematik gehandhabt werden (Hegel-Paraphrase: „alle Qualitäten ... bis auf die eine Qualität der Quantität ... reduziert“), so brauchen wir die Kontexturen K 2, K 3, ..., K n für die Qualitäten, aber auch für die Relationen, da die Subjekte, welche Relationen über Quantitäten und Qualitäten herstellen, natürlich nicht mit den Subjekten identisch sein müssen, welche in die Qualitäten involviert sind. Wegen der Konsequenz 5. aus dem 4. Limitationstheorem folgt dann die Stelligkeit unserer qualitativen semiotischen Relation direkt aus der Anzahl der gewählten Kontexturen. Da eine minimale polykontexturale Logik 3 Kontexturen hat (vgl. z.B. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.), wobei hier die Relation natürlich nicht als Kontextur zählt, ergibt sich als minimale semiotische Grundrelation

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$,

d.h. wir wählen die gleiche Anzahl von relationalen Kontexturen wie qualitativen, so dass beide minimalen Subjekte (ich, du) relational miteinander ausgetauscht werden. Ich möchte übrigens betonen, dass hier die wohl fundamentalste Differenz zwischen einer logischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$LR = {}^3R(S, S, O)$

und einer semiotischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$SR = {}^5R(S, S, O)$

besteht, insofern in letzterer die zwei zum Austausch von S $\rightarrow$ O und O $\rightarrow$ S benötigten Relationen selber mitgezählt werden und darum ihren eigene Platz in separaten Kontexturen bekommen. Natürlich können wir nun, wie in der Logik und der klassischen Semiotik, für die Variablen in

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$

numerische Werte einsetzen:

$Qn = \{0\}$
$Ql = \{1, 2\}$
$R(Ql_1) = \{3\}$
$R(Ql_2) = \{4\}$,

GR_{min} ist also eine 5-kontexturale pentadische Zeichenrelation über 1 Quantität, 2 Qualitäten und 2 Relationen.

7. Damit bekommen wir für GR_{min} 5 + 7 + 52 = 64 „Zeichenklassen" in Form von Morphogrammen, d.h. 5 semiotischen Proto-Zahlen und 7 semiotischen Deutero-Zahlen (rechts):

Nr. 1	00000	Nr. 1	00000
Nr. 2	00001	Nr. 2	00001
Nr. 3	00012	Nr. 3	00011
Nr. 4	00123	Nr. 4	00012

Nr. 5	01234	Nr. 5	00112
		Nr. 6	00123
		Nr. 7	01234

sowie 52 semiotischen Trito-Zahlen (Ausschnitt):

Nr. 1 00000

Nr. 2 00001

Nr. 3 00010

Nr. 4 00011

Nr. 5 00012

Nr. 6 00100

Nr. 7 00101

Nr. 8 00102

Nr. 9 00110

Nr. 48 01220

Nr. 49 01221

Nr. 50 01222

Nr. 51 01223

Nr. 52 01234,

wobei hier also wie folgt interpretieren können:

Nr. 1: 00000 ist das Zeichen der reinen Quantität, Nr. 2-5 sind die Zeichen der der vermittelten Quantitäten, d.h. der relationalen quantitativen Zahlen. Nr. 6 ist die durch eine Qualität vermittelte Quantität, Nr. 7 die durch eine Qualität vermittelte Quantität als Relation, ..., Nr. 48-51 sind teilvermittelte vollständige Quanti-Qualitäten, Nr. 52 ist ist vollständig vermittelte vollständige Quanti-Qualität, usw. usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Verittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Damrstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichenträger. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Metaobjektivierung ohne Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichensetzer. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Qualitative semiotische Zahlentheorie III

1. Betrachten wir eine klassische monokontexturale Zeichenklasse, z.B.

Zkl = (3.1 2.1 1.3).

Sie repräsentiert die Klasse aller Zeichen, welche z.B. für „ein allgemeines Diagramm, das von einer faktischen Aktualität unabhängig ist, wie typische Fieberkurven" (Walther 1979, S. 83) stehen.

2. Kaehr (2008) hatte nun den Vorschlag gemacht, Zeichenklassen dadurch zu polykontexutralisieren, dass er sie kontexturierte. Damit können Zeichen bzw. ihre Subzeichen dahingehend unterschieden werden, für wen sie Zeichen bzw. Subzeichen sind, da die Kontexturenzahlen ja den Qualitäten und damit den ontologischen Orten der Subjekte korrespondieren, vgl. z.B.

Zkl = (3.1_3 2.1_1 1.3_3).

Auf diese kann elegant der die Monokontexturalität garantierende logische Identitätssatz ausgeschaltet werden; dieser äussert sich in der Semiotik durch die Eigenrealität (vgl. Bense 1992):

Zkl × Rth = (3.1_3 $2.2_{1,2}$ 1.3_3) × (3.1_3 $2.2_{2,1}$ 1.3_3),

d.h. die Dualidentität der monokontexturalen Form

$(3.1\ 2.2\ 1.3) = \times(3.1\ 2.2\ 1.3)$

ist in der kontextutrierten Form aufgehoben

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$.

Da die eigenreale Zeichenklasse das Repräsentationsschema der Zahl als solcher ist, bedeutet das also, dass sie in einer Welt, die aus mehr als 1 Kontextur besteht, eine von ihr unabhängige Realität thematisiert, d.h. dass sie fähig ist, ausser der mit ihrer Zeichenthematik identisch Realitätsthematik der Quantität weitere Qualitäten zu repräsentieren. Solche qualitativen Zahlbereiche sind bekanntlich die Proto-, die Deutero- und die Trito-Zahlen (vgl. Günther 1980 [1971], S. 241-264). Zusammenfassend gesagt: Die Eigenrealität in monkontexturalen semiotischen Systemen garantiert die Mathematik der Quantitäten durch die Dualidentität von Zeichen- und Realitätsthematik, aber die Aufhebung der Eigenrealität durch Elimination des logischen Identitätssatzes in polykontexturalen semiotischen Systemen garantiert die Mathematik der Qualitäten durch die Dualverschiedenheit von Zeichen- und Realitätsthematik.

3. Das grosse Problem bei Kaehrs Kontexturierung – und darum hatten wir auch diesen Begriff anstatt des Begriffes „Polykontexturalisierung“ gewählt, ist nun natürlich, dass es im Grunde ein, obwohl genialer, Trick

ist, um Repräsentation und Präsentation zu vereinigen: Ein monokontexturales Dualsystem wie z.B.

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$

repräsentiert, präsentiert aber nicht. Aber ein kontexturiertes Dualsystem wie z.B.

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_3\ 1.3_3)$

repräsentiert nicht nur, sondern präsentiert auch. Die Repräsentation betrifft die Objekte in den Zeichen und ihren Subzeichen, die Präsentation betrifft die erkenntnistheoretisch-logischen Relationen in ihren ontologischen Orten, den kontexturalen Qualitäten. Liest man dagegen in Günthers „Natural numbers in trans-classic systems" (Günther 1971), so dürfte eine solche Kontexturalisierung nicht möglich sein, ohne die Proto-, Deutero- und Trito-Zahl-Strukturen dieser Zeichenklassen zu ermitteln. Überhaupt ist die Kontexturalierung Kaehrs eigene Erfindung. Um aber monokontexturale Systeme zu polykontexturalisieren, gibt es nur einen Weg: sie auf ihre kenogrammatische Basis zurückzuführen (vgl. Kronthaler 1992), denn in monokontexturalen Systemen ist die Semiotik „die tiefste Fundierung" (Bense 1983, S. 64 ff.). Das grosse Problem besteht nun aber darin, worauf ich in manchen Schriften hingewiesen habe, dass Zeichen und Kenogramm unvereinbar sind, denn bei der Tieferlegung des Zeichens auf das Kenogramm verschwinden alle Merkmale, welche das Zeichen zum Zeichen machen, z.B. die Dichotomie von Zeichen und Objekt, welche natürlich mit der logischen Dichotomie von Subjekt und Objekt identisch ist und welche in der polykontexturalen Logik ja gerade durch die Proömialrelation „hintergangen“, d.h. aufgehoben wird. Es ist also einfach so, dass ein weiter reduziertes Zeichen kein Zeichen mehr ist, sondern ein Kenogramm, und dass ein dichotomisiertes, d.h. identitätslogisches Kenogramm (ein Kenogramm, das mit Werten belegt ist) ein Zeichen, aber kein Kenogramm mehr ist.

4. Die Frage ist also: Gibt es eine Möglichkeit, qualitative semiotische Zahlbereiche, d.h. semiotische Proto-, Deutero- und Trito-Systeme durch (echte) Polykontexturalisierung zu konstruieren, so dass wenigstens irgendwelche definitorischen Eigenschaften von Zeichen noch erkennbar bleiben? (Über diese Frage ist leider mein Buch von 2003 nicht weitergekommen.) Im folgenden lege ich einen konkreten Vorschlag vor.

4.1. Da eine ideale Semiotik ebenso wie eine ideale Logik über 3 Subjekte – ich, du und wir – verfügen sollte, zuzüglich eines Objektes, gehen wir also von einer 4-wertigen Semiotik auf der Basis der einer 4-wertigen Logik aus. Das jedes Kenogramm für einen ontologischen Ort steht, benötigten wir also Morphogramme der Länge 4. Das Basis-Morphogramm sieht daher wie folgt aus:

0000.

Da die Belegung dieses Leerstellen-Patterns von hinten her erfolgt, machen wir folgende Zuschreibung (oder „Einschreibung“):

0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wird nun das Leerstellen-Pattern mit Zahlen belegt, so geschieht diese Belegung aber von links nach rechts, entsprechend den Gepflogenheiten in der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.). Dadurch ergeben sich also die folgenden Korrespondenzen mit den Plätzen, d.h. den ontologischen Orten (Kenogrammen, Qualitäten, Stellen im Morphogramm):

Es ↔ 0
Wir ↔ 1
Du ↔ 2
Ich ↔ 3,

oder als Bild

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wie man erkennt, ist dies jeoch zugleich die Maximal-Belegung eines 4-stelligen (4-kontexturalen) Leerstellen-Patterns, da nach der kronthaler-schen Konvention die initiale ∅-Stelle immer leer bleibt.

4.2. Das 4-stellige Leerstellen Pattern 0000 ist als 4-kontexturales Morphogramm 1. Teil des 4 Morphogramme umfassenden 4-Proto-Zahlen-Systems, des 5 Morphogramme umfassenden 4-Deutero-Zahlen-Systems, und des 15 Morphogramme umfassenden 4-Trito-Zahlen-Systems.

4.2.1. Semiotisches 4-Proto-Zahlen-System

0000
0001
0012
0123

Austauschrelationen:

0	0	0	0
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Es

Hier sind alle Subjekte durch das Objekt ersetzt, d.h. wir haben das Objekt als Ausgangspunkt der Semiose vor uns. Im Prinzip liegt hier also keine Austauschrelation vor, es sei denn, man gehe vom Zeichen als dem Endstadium der Semiose aus (s.u.).

0	0	0	1
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Wir

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Es, Ich → Wir.

0	0	1	2
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Wir, Ich → Du.

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Austauschrelationen: keine. Es liegt das Zeichen in seiner vollständigen Belegung, wie sie in 4 Kontexturen (unabhängig von Proto-, Deutero- oder Trito-Struktur) möglich ist, vor. Geht man jedoch vom reinen Objekt als Ausgangsstadium der Semiose aus (s.o.), dann haben wir hier zwei Sorten von Belegungen: Zuerst die Belegung des ∅-Patterns durch die den Zahlen korrespondierenden logisch-erkenntnistheoretischen Relationen, und zwar noch unabhängig von den Plätzen. Anschliessend werden diese Relationen so organisiert, dass die richtigen Relationen auf den richtigen Plätzen zu stehen kommen. Erst in diesem zweiten Stadium kommt also die Einheit von Zahl, Ort und Relation zustande. Man kann diese zwei Stadien in dem folgenden Schema einer „verketteten" Austauschrelation darstellen:

Verkettete Austauschrelationen:

$$0000 \rightarrow 0001 \rightarrow 0012 \rightarrow 0123$$

1 2 3 4 5 6

1: Es → Wir; 2 : Es → Wir; 3: Wir → Du, 4: Es → Wir, 5: Wir → Du, 6: Du → Ich.

D.h. es werden zuerst die objektiven Stellen durch Subjekte belegt, und anschliessend die Subjekte so lange ersetzt, bis die Grundstellung (s.o.) erreicht ist. Solche verketteten Austauschrelationen finden natürlich auch in den Deutero- und den Trito-Systemen statt, wir lassen sie jedoch im folgenden weg, da sie leicht selbst konstruiert werden können.

4.2.2. Semiotisches 4-Deutero-Zahlen-System

0000

0001

0011

0012

0123

Im Unterschied zum Proto-System gibt es hier zwei weitere Austauschrelationen:

0	0	0	1
↓	↓	↓	↓
0	0	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Wir

Austauschrelation: Es → Wir.

0	0	1	1
↓	↓	↓	↓
0	0	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du

Austauschrelation: Wir → Du.

4.2.2. Semiotisches 4-Trito-Zahlen-System

0000

0001

0010

0011

0012

0100

0101

0102

0110

0111

0112

0120

0121

0122

0123

Austauschrelations-Kette:

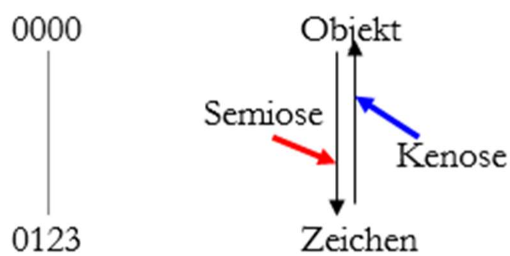
0	0	0	0
↓	↓	↓	↓
0	0	0	1
↑	↑	↑	↑

Es	Es	Es	Wir
↓	↓	↓	↓
0	0	1	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Es
↓	↓	↓	↓
0	0	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Wir
↓	↓	↓	↓
0	0	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	0	1
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	0	2
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Du
↓	↓	↓	↓

0	1	1	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	2	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	2	1
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	2	2
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	2	3
↑	↑	↑	↑

Es Wir Du Ich

5. Man sieht an der obigen Liste der semiotischen 4-Trito-Zahlen am besten, wie logisch-erkenntnistheoretische Relationen solange umgetauscht werden, bis der Anfangsszustand 0000 des noch nicht von einem Subjekt „infiltrierten“ Zustandes bis zur regelmässigen „Durchdringung“ dieses inzwischen zum Zeichen (0123) metaobjektivierten (Bense 1967, S. 9) Objektes ersetzt ist, d.h. bis sämtliche logisch-erkenntnistheoretischen Relationen des ursprünglichen Objektes durch das Zeichen **substituiert** sind und die **Einheiten von Zahl, Ort und Relation** hergestellt sind:



Semiotische qualitative Zahlen repräsentieren also nicht, sie substituieren, aber die Substitution geht jeder Repräsentation voraus und dürfte die ursprünglichste Aufgabe der Zeichen gewesen sein. Ferner präsentieren die semiotischen qualitativen Zahlen wie die kontexturierten Zeichenklassen, aber jene substituieren, wo diese repräsentieren. Mit der Reduktion der Repräsentation auf die Substitution wird also der Weg zur Tierferlegung der Zeichen auf die qualitativen Zahlensysteme geöffnet.

Damit haben wir also die Antwort auf unsere obige Frage, ob es möglich sei, eine Tieferlegung der Semiotik statt durch blosse Kontexturierung der Subzeichen durch die drei qualitativen semiotischen Zahlsysteme der Proto-, der Deutero- und der Trito-Zeichen zu erreichen, ohne dass sämtliche definitorischen Merkmale des Zeichens abhanden kommen. Die Antwort lautet nun: **Dies ist möglich, wenn man die Repräsentationsfunktion des Zeichens durch die Substitutionsfunktion ersetzt.**

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealit der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-80.

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative semiotische Zahlentheorie IV

1. In den vorangegangenen drei Studien (Toth 2009a, b, c) hatten wir uns um den Aufbau einer polykontexturalen Semiotik aus der folgenden Perspektive bemüht: Wir nahmen als Ausgangspunkt die 10 Peirceschen Zeichenklassen und gelangten durch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion zu „Keno-Zeichen“. Obwohl dieser Begriff eine contradictio in adiecto darstellt – denn Zeichen und Keno sind aus prinzipiellen Gründen unvereinbar -, ist der Begriff auch wieder nicht falsch, denn die Morphogramme, die durch die drei Abstraktionsschritte aus den Peirceschen monokontexturalen Zeichenklassen hervorgingen, waren nicht mit den Basismorphogrammen identisch, die man erhält, wenn man die Kenogrammatik rekursiv aus einem Keno-Symbol (Platzhalter) aufbaut.

2. Diesen zweiten Weg – den Aufbau der Peirceschen Zeichenklassen aus der Keno- und Morphogrammatik, möchten wir in der vorliegenden Arbeit begehen. Dabei steht natürlich die mögliche Abbildbarkeit von Morphogrammen (Kenogrammsequenzen) auf die Zeichenklassen und umgekehrt im Zentrum, denn nachdem es sich gezeigt hat, dass man tatsächlich mit der Semiotik bis hinuter zur Keno-Ebene gelangen kann, ohne dass man wenigstens die Substitutionsfunktion des Zeichens opfern muss, interessiert eine kontrollierbare Überführung der monkontexturalen in die polykontexturale Semiotik allein schon im Sinne der Öffnung der monokontexturalen Semiotik für polykontexturale Berechenbarkeit,

d.h. für Anwendbarkeit der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, Mahler 1993) neben der quantitativen Mathematik (Toth 2008).

3. Triadische Proto-Semiotik

TPS = {000, 001, 012}

Abbildungen der 3-kontexturalen Protozahlen auf die Zeichenklassen:

000 → (111, 222, 333)
001 → (112, 113, 221, 223)
012 → (123)

Nachdem wir hier die Trichotomien-Schreibweise für Zeichenklasse benutzt haben:

(111) für (3.1 2.1 1.1)
(112) für (3.1 2.1 1.2)
(113) für (3.1 2.1 1.3), usw.,

haben wir also folgende Abbildungen der 3-kontexturalen Proto-Ebene auf die Zeichenklassen:

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3),

d.h. diese Mehrdeutigkeit der Abbildung beruht auf der polykontexturalen Ununterscheidbarkeit der Urbilder, denn diese sind nach der 1. Schadach-Transformation identisch (vgl. Toth 2003, S. 22) bzw. werden umgekehrt durch den Normalformoperator (vgl. Kronthaler 1986, S. 39) ineinander überführt.

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

Diese Abbildung erzeugt also auch die unzulässigen Peircesche Zeichenklasse *(3.2 2.2 1.1), *(3.3 2.3 1.2) und *(3.3 2.3 1.1).

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3).

Nicht erzeugt werden auf der Proto-Ebene also die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3) und (3.2 2.3 1.3), da die ihnen zugrunde liegende Struktur (011) erst auf der Trito-Struktur erscheint, da sie die Iterationsfreiheit voraussetzt.

4. Triadische Deutero-Semiotik

Da diese durch

TDS = {000, 001, 012} = TPS

definiert ist, gilt alles unter 3. Gesagtes auch für die Deutero-Struktur.

5. Triadische Trito-Semotik

TTS = {000, 001, 010, 011, 012)

Da wir unter TPS bzw. TDS bereits die Morphogramme 000, 001 und 012 behandelt haben, müssen wir hier nur noch die Morphogramme 010 und 011 auf die Zeichenklassen abbilden. Da wir bereits gesehen haben, dass

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

und damit sämtliche 10 Zeichenklassen und hiermit die monokontexturale Semiotik auf die Trito-Semiotik abgebildet ist, müssen wir uns noch um 010 kümmern. Dieses Morphogramm wird auf die folgenden irregulären Zeichenklassen abgebildet:

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).

Wir müssen uns deshalb abschliessend fragen: Nachdem die 10 Peirceschen Zeichenklassen ein Fragment der theoretisch möglichen $3^3 = 27$ Zeichenrelationen der Form (3.a 2.b 1.c) mit Ordnungsbeschränkung $a \leq b \leq c$ ist: Kann man also mit Hilfe der 3-kontexturalen Trito-Semiotik gerade die 27 zeichenklassen erzeugen? Die Antwort ist leider nein.

Beweis: Die möglichen trichotomischen Strukturen triadischer Relationen sind: $a < b < c$, $a = b = c$, $a > b > c$, ferner „Mischstrukturen". Da nun die 1. Position jeder qualitativen Zahl = 0 = Peirce-Zahl 1 ist (trichotomische Schreibung, s.o.), können alle von der Basisstruktur a > b > c abgeleiteten Basisstrukturen nicht auf Zeichenrelationen abgebildet werden. In Sonderheit kann also durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix, (3.3 2.2 1.1), nicht hergestellt werden. ■

Wir gelangen deshalb zu den folgenden, einigermassen merkwürdigen Schlüssen zum Verhältnis von polykontexturaler und monokontexturaler (triadisch-trichotomischer) Semiotik:

1. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen werden durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik vollständig im Sinne von eindeutig-mehrmöglichen Abbildungen hergestellt.

2. Die 3-kontexturale Trito-Semiotik stellt darüber hinaus weitere triadische-trichotomische Zeichenrelationen her, die jedoch von der Ordnungsstruktur der Peirceschen Zeichenklassen her gesehen irregulär sind. Sie stellt allerdings nicht die ganze Menge der 27 möglichen triadische-trichotomischen Zeichenrelationen her.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Qualitative semiotische Zahlentheorie V

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass sich mittels der 3-kontexturalen Proto- sowie der Deutero-Semiotik

$TPS = TDS = \{000, 001, 012\}$

durch Abbildungen der Morphogramme auf Trichotomien-Tripel

$000 \rightarrow (111, 222, 333)$

$001 \rightarrow (112, 113, 221, 223)$

$012 \rightarrow (123)$

die folgenden Peirceschen Zeichenklassen herstellen lassen:

$000 \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1, 3.2\ 2.2\ 1.2, 3.3\ 2.3\ 1.3)$

$001 \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2, 3.1\ 2.1\ 1.3, 3.2\ 2.2\ 1.3)$

$012 \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Allerdings stellt 221 auch die folgenden irregulären Zeichenklassen her

$221 \rightarrow *(3.2\ 2.2\ 1.1), *(3.3\ 2.3\ 1.2)$.

Da umgekehrt das Morphogramm 221 aber proto- und deutero-äquivalent ist mit dem Morphogramm 001, ist die Umkehrung der Ordnung von $0 < 1$ zu $2 > 1$ hier nur zufällig. Sie ist allerdings der Grund für Herstellung der irregulären Zeichenklassen, den für reguläre gilt: (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c, hier aber haben wir b > a.

2. In der 3-kontexturalen Trito-Semiotik

TTS = {000, 001, 010, 011, 012),

lassen sich erstmals sämtliche Peirceschen Zeichenklassen herstellen, denn zusätzlich zu den bisherigen Grundtypen von Morphogrammen treten jetzt noch die folgenden: 010, 011.

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

Allerdings weist 010 wiederum die Struktur 0 < 1 > 0 auf, so dass hier ausschliesslich irreguläre Zeichenklassen entstehen:

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).

3. Wir können nun ale jene Morphogramme zusammenstellen, deren Ordnungsrelationen mindestens ein „>" enthält. Dabei gehen wir von den Ordnungstypen auf, wie sie in den 5 Morphogrammen der 3-kontexturalen Trito-Semiotik erscheinen:

000 →

001 → 100

010 → 010

011 → 110

012 → 210

weitere, nicht aufscheinende, sind

101

021, 102, 120, 201, 210

Wie man leicht zeigen kann, lassen sich nun mit diesen 6 zusätzlichen Morphogrammen die 27\10 = 27 „irregulären“ Zeichenkklassen erzeugen:

010 → (3.1 2.2 1.1)

010 → (3.1 2.3 1.1)

021 → (3.1 2.3 1.2)

100 → (3.2 2.1 1.1)

101 → (3.2 2.1 1.2)

102 → (3.2 2.1 1.3)

110 → (3.2 2.2 1.1)

120 → (3.2 2.3 1.1)

010 → (3.2 2.3 1.2)

100 → (3.3 2.1 1.1)

201 → (3.3 2.1 1.2)

101 → (3.3 2.1 1.3)

210 → (3.3 2.2 1.1)

100 → (3.3 2.2 1.2)

101 $\rightarrow$ (3.3 2.2 1.3)

110 $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.1)

110 $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.2)

Der Grund dafür nun, warum Morphogramme mit abweichender Ordnungsstruktur die irregulären Zeichenklassen erzeugen, ist, dass die letzteren in der zu T_m reflektierten Kontextur $_mT$ auftreten: Die irregulären Zeichenklassen sind damit also „Realitätsthematiken im Zeichenklassen-Pelz", denn sie sind ja zu den regulären dual! Die 3-kontexturale Trito-Semiotik erzeugt also nicht nur die 10 Peirceschen Zeichenklassen, sondern auch einige irreguläre Zeichenklassen. Diese liegen alle in derselben Kontextur. Will man nun auch die 17 irregulären Zeichenklassen bilden, muss man die relektierten Morphogramme und ihre Permutationen auf sie abbilden und ernthält so geau die $3^3 = 3$ möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Komplexe semiotische Analyse

1. Wir setzen hier Toth (2009a, b, c) voraus und summieren die wichtigsten Ergebnisse. In Übereinstimmung mit Bense (1975, S. 16) ist

$$ZR = f(\Omega, \beta).$$

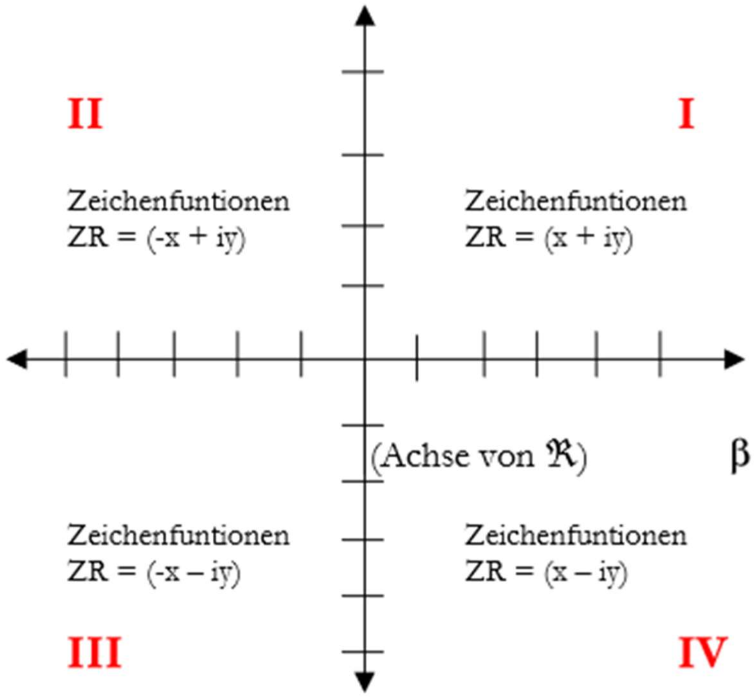
Ω ist dabei der „ontologische Raum“, ZR der „semiotische Raum“ (Bense 1975, S. 65 f.), und in Ergänzung nennen wir β den „Bewusstseinsraum“. Wir haben folgende Definitionen:

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$$

nimmt Werte auf der reellen Achse (Abszisse) und

BR = (ב, ג, י)

nimmt Werte auf der imaginären Achse (Ordinate) ein:



2. Wir haben dann

OR = (±x) = (±1., ±2., ±3.)

BR = (±yi) = (.±i1, . ±i2, . ±i3)

und natürlich

ZR = OR + BR.

Ein Zeichen ist also eine Relation dreier komplexer Zahlendyaden, deren triadische Werte reell und deren trichotomische Werte imaginär sind.

Wie man jedoch anhand der 4 Quadranten sieht, tritt jedes Zeichen in den bekannten vier Formen komplexer Zahlen auf:

2.1. Als (normale) komplexe Zahl

$ZR = x + iy$

Dies ist der Bereich der (traditionellen) Semiotik, ausgezeichnet durch die Parameter [$+\Omega$, $+\beta$], d.h. ($\mathfrak{R}^+$, $\mathfrak{I}^+$).

2.2. Als konjugiert komplexe Zahl

$\overline{ZR} = x - iy$

Dies ist der Bereich der materialistischen Semiotik, ausgezeichnet durch die Parameter [$+\Omega$, $-\beta$], d.h. ($\mathfrak{R}^+$, $\mathfrak{I}^-$).

2.3. Als negative komplexe Zahl

$-ZR = -x - iy$

Dies ist der Bereich der Güntherschen Meontik (vgl. bereits Bense 1952, S. 80 f. u. 115, Anm. 72), ausgezeichnet durch die Parameter [$-\Omega$, $-\beta$], d.h. ($\mathfrak{R}^-$, $\mathfrak{I}^-$).

2.4. Als negative konjugiert komplexe Zahl

$-\overline{ZR} = -x + iy$

Dies ist der Bereich der idealistischen Semiotik, ausgezeichnet durch die Parameter [-Ω, +β], d.h. ($\mathfrak{R}^-$, $\mathfrak{I}^+$).

3. Jedes Zeichen, aufgefasst als komplexe Zahl, kann damit in vier Erscheinungsformen auftreten:

3.1. Als semiotisches Zeichen vermittelt es zwischen den positiven reellen und den positiven imaginären Zahlenwerten, d.h. sowohl die Triaden- wie die Trichotomienwerte sind positiv. Semiotische Zeichen sind also sowohl in ihrem Realteil wie in ihrem Imaginärteil definiert. Hierhin gehören also die 10 Peirceschen Zeichenklassen:

1. <<+3. +i1>, <+2. +i1>, <+1. +i1>>
2. <<+3. +i1>, <+2. +i1>, <+1. +i2>>
3. <<+3. +i1>, <+2. +i1>, <+1. +i3>>
4. <<+3. +i1>, <+2. +i2>, <+1. +i2>>
5. <<+3. +i1>, <+2. +i2>, <+1. +i3>>
6. <<+3. +i1>, <+2. +i3>, <+1. +i3>>
7. <<+3. +i2>, <+2. +i2>, <+1. +i2>>
8. <<+3. +i2>, <+2. +i2>, <+1. +i3>>
9. <<+3. +i2>, <+2. +i3>, <+1. +i3>>
10. <<+3. +i3>, <+2. +i3>, <+1. +i3>>

3.2. Als materialistisches Zeichen vermittelt es zwischen den positiven reellen und den negativen imaginären Zahlenwerten, d.h. nur die Triaden-, nicht aber die Trichotomienwerte sind positiv. Materialistische

Zeichen sind daher nur in ihrem Realteil definiert. Materialismus wird hier also als Leugnung einer ausserhalb der Materialität existenten Realität verstanden.

1. <<+3. -i1>, <+2. -i1>, <+1. -i1>>
2. <<+3. -i1>, <+2. -i1>, <+1. -i2>>
3. <<+3. -i1>, <+2. -i1>, <+1. -i3>>
4. <<+3. -i1>, <+2. -i2>, <+1. -i2>>
5. <<+3. -i1>, <+2. -i2>, <+1. -i3>>
6. <<+3. -i1>, <+2. -i3>, <+1. -i3>>
7. <<+3. -i2>, <+2. -i2>, <+1. -i2>>
8. <<+3. -i2>, <+2. -i2>, <+1. -i3>>
9. <<+3. -i2>, <+2. -i3>, <+1. -i3>>
10. <<+3. -i3>, <+2. -i3>, <+1. -i3>>

3.3. Als meontisches Zeichen vermittelt es zwischen den negativen reellen und den ebenfalls negativen imaginären Zahlenwerten, d.h. sowohl die Triaden-, als auch die Trichotomienwerte sind negativ. Meontische Zeichen sind daher weder in ihrem Realteil noch in ihrem Imaginärteil definiert.

1. <<-3. -i1>, <-2. -i1>, <-1. -i1>>
2. <<-3. -i1>, <-2. -i1>, <-1. -i2>>
3. <<-3. -i1>, <-2. -i1>, <-1. -i3>>
4. <<-3. -i1>, <-2. -i2>, <-1. -i2>>
5. <<-3. -i1>, <-2. -i2>, <-1. -i3>>

6. <<-3. -i1>, <-2. -i3>, <-1. -i3>>
7. <<-3. -i2>, <-2. -i2>, <-1. -i2>>
8. <<-3. -i2>, <-2. -i2>, <-1. -i3>>
9. <<-3. -i2>, <-2. -i3>, <-1. -i3>>
10. <<-3. -i3>, <-2. -i3>, <-1. -i3>>

3.2. Als idealistisches Zeichen vermittelt es zwischen den negativen reellen und den positiven imaginären Zahlenwerten, d.h. nur die Trichotomien-, nicht aber die Triadenwerte sind positiv. Idealistische Zeichen sind daher nur in ihrem Imaginärteil definiert. Idealismus wird hier also als Leugnung einer bewusstseinsexternen materialen Realität verstanden.

1. <<-3. +i1>, <-2. +i1>, <-1. +i1>>
2. <<-3. +i1>, <-2. +i1>, <-1. +i2>>
3. <<-3. +i1>, <-2. +i1>, <-1. +i3>>
4. <<-3. +i1>, <-2. +i2>, <-1. +i2>>
5. <<-3. +i1>, <-2. +i2>, <-1. +i3>>
6. <<-3. +i1>, <-2. +i3>, <-1. +i3>>
7. <<-3. +i2>, <-2. +i2>, <-1. +i2>>
8. <<-3. +i2>, <-2. +i2>, <-1. +i3>>
9. <<-3. +i2>, <-2. +i3>, <-1. +i3>>
10. <<-3. +i3>, <-2. +i3>, <-1. +i3>>

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Präsentationswerte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zeichenrelationen, Bewusstseinsrelationen und Objektrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die Entstehung von Zeichenklassen aus Objekt. und Bewusstseinsrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Zeichen und Grundrechenarten

1. Nach Beckamnn (1976) können Zeichen nur im Rahmen der verbandstheoretischen, d.h. booleschen Vereinigung und Durchschnittsbildung addiert und subtrahiert werden, z.B.

(3.1 2.1 1.3) + (3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3),
(3.1 2.1 1.3) – (3.1 2.1 1.1) = (3.1 2.1 1.1)

d.h. es gilt

+(3.a 2.b 1.c) + (3.d 2.e 1.f) = (3.max(a, d), 2.max(b, e), 1.(c, f))
-(3.a 2.b 1.c) + (3.d 2.e 1.f) = (3.min(a, d), 2.min(b, e), 1.(c, f))

2. In einer Reihe von Arbeiten, zuletzt in Toth (2009), wurde nachgewiesen, das die Semiotik, mathematisch gesehen, nichts anderes als komplexe Arithmetik ist und das Zeichen also eine Relation dreier komplexer Zahlendyaden, deren triadische Werte reell und deren trichotomische Werte imaginär sind. Wenn dies aber korrekt ist, dann müssen sich auch die Grundrechenarten komplexer Zahlen auf die Zeichen anwenden lassen:

2.1. Komplexe Addition

ZR1 + ZR2 = (x1 + iy1) + (x2 + iy2)

Sei ZR1 = (3.1i 2.1i 1.3i), ZR 2 = (3.3i 2.3i 1.3i). Dann ist

ZR1 + ZR2 = ((6 + 4i), (4 + 4i), (2 + 6i)).

2.2. Komplexe Subtraktion

ZR1 – ZR2 = ZR1 + (-ZR2). Dann ist

ZR1 – ZR2 = ((0 + -2i), (0 + -2i), (0 + 0i)).

2.3. Komplexe Multiplikation

ZR1 · ZR2 = (x1 + iy1) · (x2 + iy2) = (x1 · x2 – y1 · y2) + i(x1 · y2 + x2 · y1).

Dann ist

ZR1 · ZR2 = (9 – 3) + i(9 + 3) = 6 + 6i.

2.4. Komplexe Division

1/ZR1 = (x – iy) / (x^2 + y^2) = (3 – 1i) / (9 + 1) = (3 – 1i)/10
1/ZR2 = (3 – 3i) / (9 + 9) = (3 – 3i) / 18

Mit anderen Worten: Wie man aus den komplexen Grundrechenarten sieht, benötigt eine komplexe triadische Semiotik bereits Werte aus den hexadischen Relationen. Welche der beiden Rechnungen ist also richig?

Die reelle, verbandstheoretische Addition

(3.1 2.1 1.3) + (3.3 2.3 1.3) = (3.3 2.3 1.3)

oder die komplexe, arithmetische Addition

(3.1i 2.1i 1.3i) + (3.3i 2.3i 1.3i) = ((6 + 4i), (4 + 4i), (2 + 6i))?

Auch Beckmann (1976) hat nie begründet, warum bei der Addition von Zeichen keine höheren relationalen Gebilde entstehen können als eben triadische. Der Grund liegt also wohl in der falschen Behauptung von Peirce, alle n-Relationen mit $n \geq 4$ seien als triadische darstellbar. Wie ich in früheren Arbeiten nachgewiesen habe, können erstens solche höheren Relationen deshalb nicht verlustlos auf triadische reduziert werden, weil semiotische Struktur verloren geht (vgl. z.B. Toth 2008, S. 214 ff.). Ferner sollte eigentlich der Satz von Schröder bekannt sein, d.h. man sollte wissen, dass Triaden auf Dyaden reduziert werden können (nichts anderes tut Walther 1979, S. 79), wenn sie Zeichenklassen aus Dyaden konkateniert). Es gibt also formal nichts dagegen einzuwenden, dass die semiotische Addition zweier Triaden eine Hexade sein soll. Etwas schwieriger ist es mit der inhaltlichen Interpretation. 1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel, aber was ich 1 Liebe + 1 Liebe? 2 Liebschaften? Hier geht es also um qualitative Addition, von der Kronthaler (1986) gezeigt hat, dass sie möglich ist, und zwar als echte Addition, d.h. um die Anwendung von Nachfolgeroperatoren und nicht um verschleierte Absorptionen wie in der Verbandstheorie. Wenn ich 1 Ring + 1 Ring als Objekte addiere, bekomme ich zweifellos 2 Ringe. Gleichzeitig sind sie aber Zeichen. Man trägt ja Ringe nicht, wie man z.B. Gürtel oder Schuhe trägt. Wenn ich annehme, dass ein Ring mein Ehering und der andere Ring ein Andenken meines verstorbenen Grossvaters ist, dann habe ich auf jeden Fall auf zwei verschiedene Zeichen. Die Addition von Qualitäten setzt daher voraus, dass das, was addiert wird, qualitativ verschieden ist, vgl. den Unterschied zwischen quantitativer und qualitativer Addition im Ungarischen:

1. Két cigarettát dohányzom.
2. Két cigarettákat dohányzom.

1. bedeutet, dass ich 2 Zigaretten derselben Marke rauche, 2. dass die Zigaretten von verschiedenen Marken sind. D.h. bei der quantitativen Addition (2.) drückt die ungarische Sprache den Plural nicht aus, nur bei der qualitativen Addition. (Das gilt bei allen Numeralia, d.h. es wird Redundanz vermieden.)

Die Frage, die sich stellt, ist also: Gibt es überhaupt quantitative Addition bei Zeichen? Wie man sieht, bedeutet das, dass es gleiche Zeichen gibt. Daraus, dass kein Zeichen nach einem Axiom von Peirce aber allein auftreten kann, folgt, dass niemals ein Zeichen in denselben Kontext eingebettet ist wie ein anderes Zeichen. Da der Kontext des Zeichens aber drittheitlich im Zeichen gegeben ist (Interpretantenbezug), folgt, dass es keine gleichen Zeichen gibt. Ein kurzer Satz könnte also lauten:

Satz: Es gibt keine gleichen Zeichen.

Zeichen sind somit immer verschieden. Werden sie also addiert, müssen sie qualitativ addiert werden, d.h. die verbandstheoretische Absorption alles dessen, was über das Maximum bzw. Minumum eines der Summandenglieder hinausgeht, entfällt damit automatisch. Somit eröffnet aber die Addition von Zeichen automatisch den Ausblick in höhere relationale Dimensionen, wie umgekehrt die Subtraktion in negative relationale Dimensionen führt, die erst noch der eingehenden Untersuchung harren.

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und. Zeichenklassen. In: Semiosis 2, *1976*, S. 31-36

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Eine Möglichkeit, semiotische Quaternionen zu konstruieren

1. Die Normalform einer komplexen Zeichenklasse ist nach Toth (2009b)

$ZR = (x + yi) = <<\pm 3. \pm ai>, <\pm 2. \pm bi>, <\pm 1. \pm ci>>.$

Damit können also sämtliche Zeichenrelationen in einer Gaussschen Zahlenebene mit reeller Abszisse und imaginärer Ordinate darsgestellt werden.

Nun war in Toth (2009a) gezeigt worden, dass bei der Vermittlung triadischer Zeichenklassen im einfachsten Fall von

$ZR^2 = ((O, I, M), I)$

auszugehen ist (vgl. van den Boom 1981). Wendet man dieses Vermittlungsverfahren n-mal an, so erhält man also

$ZR^n = ((O, I, M), I^1 \dots I^n),$

wendet es man es 2mal an, so bekommen wir eine hexadische Semiotik der allgemeinen Form

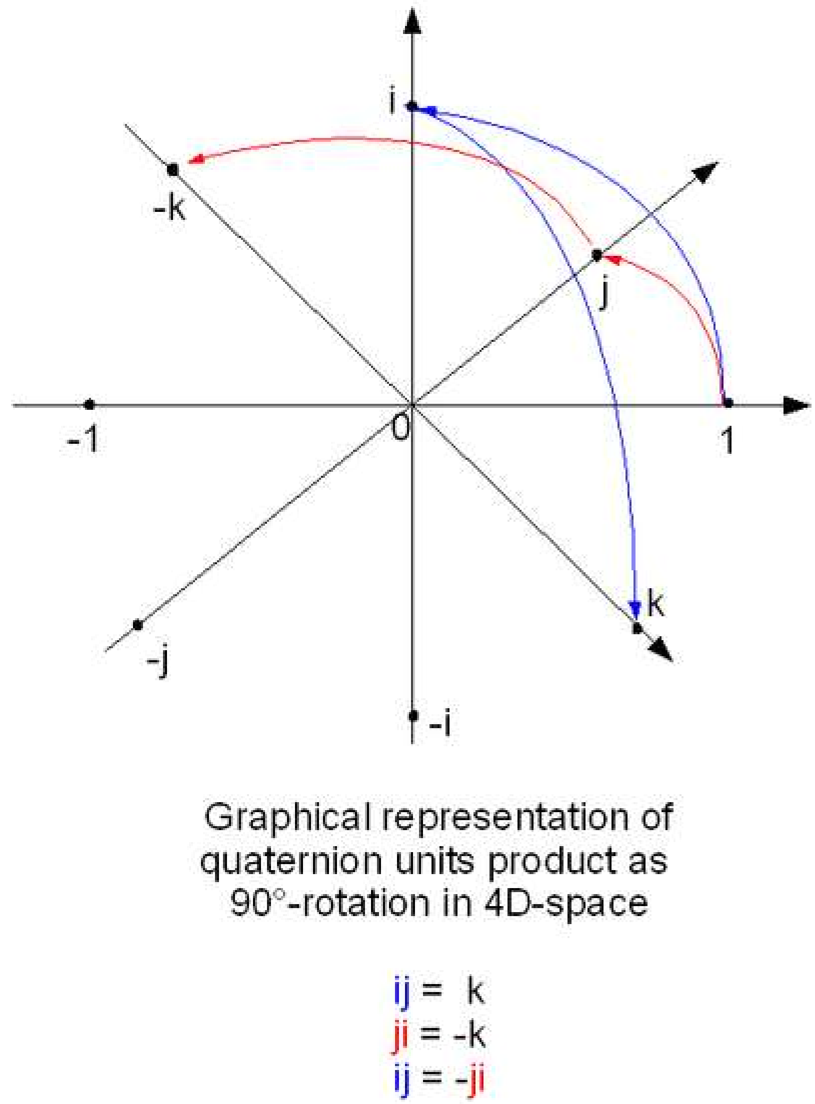
$ZR^5 = ((O, I, M), I^1, I^2)$

mit zwei zusätzlich Interpretanten. Das eingebettete Zeichen ist natürlich wieder als komplexe Zahl, wie oben gezeigt, darstellbar, aber die erklärenden (mediativen) Interpretanten gehören möglicherweise anderen Komplexitätsstufen an. Unter der Annahme, dass dies richtig ist, bekommen wir also

$$ZR^5 = <<\pm 5.\ \pm ak>, <\pm 4.\ \pm bj>, <\pm 3.\ \pm ci>, <\pm 2.\ \pm di>, <\pm 1.\ \pm ei>>.$$

Die 4 Freiheitsgrade des Quaternonions drücken sich somit 1. in den „Skalaren“ (5.), (4.), (3.), (2.) und (1.), 2. in den 3 komplexen Zahlen i, j, k aus, wobei bei der obigen Darstellung das ursprüngliche komplexe Zeichen erhalten bleibt ($<\pm 3.\ \pm ci>, <\pm 2.\ \pm di>, <\pm 1.\ \pm ei>$).

Semiotische Quaternionen können sodann auf die übliche Weise in einem 4-dimensionalen Raum dargestellt werden:



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Quaternion2.png

Bibliographie

Toth, Alfred, Strukturen semiotischer Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Eine Möglichkeit, semiotische Oktonionen zu konstruieren

1. Die Normalform einer komplexen Zeichenklasse ist nach Toth (2009a)

$ZR = (x + yi) = <<\pm 3. \pm ai>, <\pm 2. \pm bi>, <\pm 1. \pm ci>>.$

Die Normalform einer quaternionären Zeichenklasse ist nach Toth (2009b)

$ZR^5 = <<\pm 5. \pm ak>, <\pm 4. \pm bj>, <\pm 3. \pm ci>, <\pm 2. \pm di>, <\pm 1. \pm ei>>.$

Die 4 Freiheitsgrade des Quaternonions drücken sich somit 1. in den „Skalaren“ (5.), (4.), (3.), (2.) und (1.), 2. in den 3 komplexen Zahlen i, j, k aus, wobei bei der obigen Darstellung das ursprüngliche komplexe Zeichen erhalten bleibt ($<\pm 3. \pm ci>, <\pm 2. \pm di>, <\pm 1. \pm ei>$).

2. Die Erweiterung reeller Zeichenklassen zu hyperkomplexen wurde damit semiotisch motiviert, dass nach van den Boom (1981) bereits bei triadischen Zeichenklassen von einer Struktur wie

$ZR^2 = ((O, I, M), I)$

auszugehen ist. Dies bedeutet, dass die in ZR^2 eingebettete Triade selbst wieder einer Vermittlung durch „das unbekannte Vierte“ (van den Boom) bedarf. Theoretisch kann man dieses Verfahren also n-mal anwenden und erhält damit

$ZR^n = ((O, I, M), I^1 \dots I^n)$,

wobei sich die Frage erhebt, ob die „sekundären Vermittlungen“, d.h. die Menge I^{n-1}, aus dem selben Komplexitätsbereich stammen wie der ursprüngliche Interpretant I – oder ob diese (n-1) zusätzliches „I’s“ nicht qualitativ verschiedene Komplexitätsstufen sind. Wendet es man das Verfahren 2mal an, so bekommt man eine hexadische Semiotik der allgemeinen Form

$ZR^5 = ((O, I, M), I^1, I^2)$

mit zwei zusätzlich Interpretanten. Wendet man es 6mal an, so bekommt man eine enneadische Semiotik der allgemeinen Form

$ZR^9 = ((O, I, M), I^1, I^2, I^3, I^4, I^5, I^6)$,

worin die Interpretanten I^3 – I^6 also die zusätzlichen Imaginären darstellen.

3. Ein Oktonion kann in der folgenden Normalform dargestellt werden

$x = x0 + x1i + x2j + x3k + x4l + x5il + x6jl + x7kl$

und das konjugierte Oktionion als

$x^* = x0 - x1i - x2j - x3k - x4l - x5il - x6jl - x7kl$

Dementsprechend können wir ein semiotisches Oktonion notieren als

$$ZR^9 = <<\pm 9.al> <\pm 8.bil> <\pm 7. \pm cjl>, <\pm 6. \pm dkl>, <\pm 5. \pm ek>, <\pm 4. \pm fj>, <\pm 3. \pm gi>, <\pm 2. \pm hi>, <\pm 1. \pm xi>>,$$

wobei die Verwendung des ±-Zeichens nicht nur die sofortige Umwandlung eines semiotischen Oktonions in sein Konjugierte, sondern auch, entsprechend der Verhältnisse bei den Oktonionen, die Umwandlung in die Inversen (Negativen) und konjugiert Inversen ermöglicht.

Bibliographie

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit, semiotische Quaternionen zu konstruieren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Die Einbettung komplexer und quaternionärer in oktonionische semiotische Relationen

1. Die vorangehenden Arbeiten Toth (2009a-d) abgeschliessend und zusammenfassend seien hier die Einbettungen der komplexen und quaternionären in die oktonionische Semiotik aufgezeigt. Definiert man diese Semiotik so, wie es in den erwähnten Publikationen geschah, dann sind deren Relationen als Teilmengen wie folgt ineinander enthalten:

ZR^3	$\subset$	$ZR^5 =$	$\subset$	$ZR^9 =$
$<$		$<$		$<$
				$<\pm 9. \pm al>$
				$<\pm 8. \pm bil>$
				$<\pm 7. \pm cjl>$
				$<\pm 6. \pm dkl>$
		$<\pm 5. \pm ak>$		$<\pm 5. \pm ek>$
		$<\pm 4. \pm bj>$		$<\pm 4. \pm fj>$
$<\pm 3. \pm ai>$		$<\pm 3. \pm ci>$		$<\pm 3. \pm gi>$
$<\pm 2. \pm bi>$		$<\pm 2. \pm di>$		$<\pm 2. \pm hi>$
$<\pm 1. \pm ci>$		$<\pm 1. \pm ei>$		$<\pm 1. \pm xi>$
$>$		$>$		$>$

Die reelle Semiotik lässt sich somit problemlos dadurch erweitern, dass man statt des gewöhnlichen kartesischen Koordinatensystems die Gausssche Zahlenebene benutzt. Von $ZR^3 \rightarrow ZR^5$ findet jedoch insofern ein „Qualitätssprung“ statt, als neben die in der komplexen Semiotik einzig vorhandene Komplexitätsstufe i nun als weitere die Komplexitätsstufen j und k, sowie in ZR^9 diejenige von l sowie der Kombinationen kl, jl und il hinzukommen. Damit wird also die ursprünglich triadische Struktur der Peirceschen Zeichenklasse entsprechend der Einsicht der iterativ anwachsenden Vermittlung n-adischer in (n+1)-adischen semiotischen Strukturen zugleich hyperkomplex erweitert. Die Beschränkungen hyperkomplexer Zahlbereiche (Schiefkörper) gegenüber komplexen (Körpern) gelten natürlich auf für semiotische Komplexitätsbereiche.

Bibliographie

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit, semiotische Quaternionen zu konstruieren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit, semiotische Oktonionen zu konstruieren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

Toth, Alfred, Eine Darstellung der Diedergruppe D6 der Ordnung 12 für semiotische Oktonionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Transzendente semiotische Zahlen

1. Bekanntlich versteht man unter einer transzendenten Zahl eine komplexe Zahl, die keine Lösung einer algebraischen Gleichung darstellt. Bekannte Beispiele sind π, e, die Liouville-Zahl, die Gelfand-Schneider-Potenz, sin(1) usw.

2. Um klarzumachen, was eine transzendente semiotische Zahl ist, befreien wir zuerst die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

von einer kaum bedachten Einschränkung, nämlich die Bindung ihrer zahlentheoretischen Basis (sowie ihrer Morphismen, d.h. Benses „generativer" und „degenerativer Semiosen" und „Retrosemiosen") auf die Peano-Zahlen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.). Wir wollen, zunächst willkürlich, anstelle der Peano-Zahlen die Fibonacci-Zahlen verwenden (in Wahrheit kommt die Motivation dazu aus der Einführung der semiotischen Stufenzahlen sozusagen Vorläufer der transzendenten semiotischen Zahlen). Man vgl. die unterschiedlichen Folgen:

PZ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	...										
FZ	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
	...										

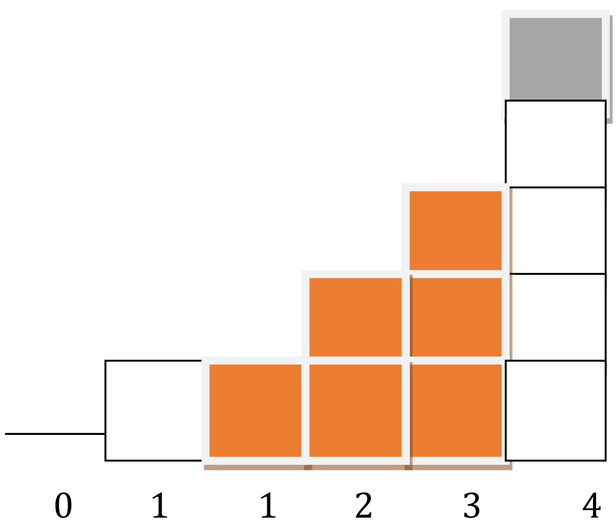
Geht an der Einfachheit halber von PZ \ {0} und FZ \ {0, 1} aus:

PZ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
FZ	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	...,

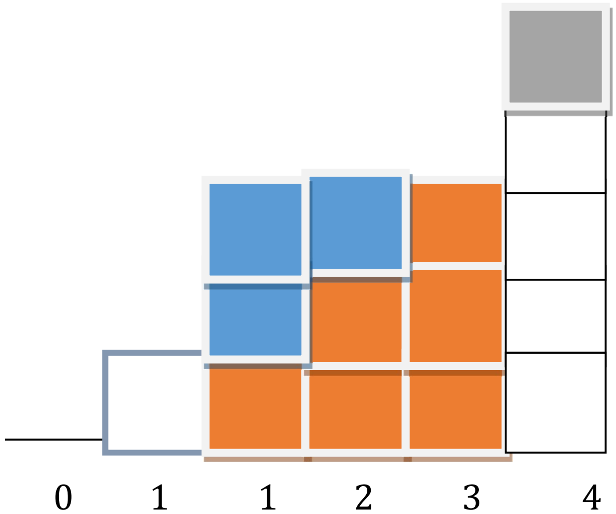
so erkennt man, dass gilt

PZ(n) ≠ FZ(n) für n ≥ 4

Wir wollen das einmal für RZ(n) mit n ≤ 4 aufzeichnen:



Im obigen Modell ist ZR* rot eingezeichnet, wir haben also ein Treppenmodell als seine Basis. Bis und mit R(n) = 3 sind Peano- und Fibonacci-Zahlen identrisch, jedoch haben wir für PZ = 4 FZ = 5, d.h. die Treppe wächst sozusagen um eine Stufe zu viel (grün). Dieser Stufenüberschuss liegt nun aber auch nicht in der Komplementärmenge des roten Bereichs, den wir im folgenden Bild blau einzeichnen:



Bei R(n) = 5 beträgt dann der Stufenüberschuss bereits SZ = 3, bei R(n) = 6 ist er SZ = 7, usw.:

FZ	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	...
R(n)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
SZ	1	3	7	14	26	46	79	133	221	364	...

Die SZ entgehen also stark progressiv (nicht-linear) den linear progressiven R(n)´s. Dagegen ist der Relationsüberschuss, wie bereits angetönt, die komplementäre Menge zu den Quadraten über den R(n)´s, und es gilt

$SZ(n) \not\subset (R(n))^2$

d.h. aber, **die Stufenüberschüsse sind transzendent**, denn sie liegen ja im Nirgendwo, d.i. ausserhalb des durch C(ZR) definierten semiotischen Zahlenfeldes. **Die semiotischen Stufenzahlen SZ(n) sind für n ≥ 4** transzendente Zahlen und daher semiotisch äquivalent zu den nicht-semiotischen transzendenten Zahlen.

Was für welche und wie viele transzendente semiotische Zahlen es gibt, muss zuerst erforscht werden; dass dies zu semiotisch völlig neuen Zahlenbereichen führt, ja die gesamte Semiotik in ein neues zahlen-theoretisches Licht wirft, kann man sich bereits vorstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden.-Baden 1983

Sind Peirce-Zahlen transfinit?

Über die spezifische Natur der von mir als Peirce-Zahlen bezeichneten, von Bense so genannten Primzeichen (1981, S. 17 ff.) gibt es bisher genau 3 Vorschläge:

1. Das Zeichen umfasst 3 verschiedene Peirce-Zahlen

1.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $a > c > e$

1.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $b \leq d \leq f$

1.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Ordnungen: (a.a b.b c.c) mit (a.a) $\ll$ (b.b) $\ll$ (c.c) bzw. (a.a) $\gg$ (b.b) $\gg$ (c.c)

(a.b c.c b.a) mit (a.b) <> (c.c) <> (b.a)

2. Das Zeichen als komplexe Zahl

Dieser an sich hoch interessante Vorschlag ist leider nie ausgearbeitet worden. Es wurzelt im Grunde wohl in der Idee de Saussures (1967, S. 140 ff.), die Zeichen negativ zu definieren. Explizit wurde der Vorschlag, das Zeichen als komplexe Zahl, d.h. mittels der Definition $z = a + bi$, zu bestimmen, von Frank (2000) formuliert, vgl. auch Toth (2004). Das würde bedeuten, dass man von einer binären Relation bzw. Funktion ausgeht, und zwar mit einer reellen Domäne und einer imaginären Codomäne. Das könnte man dahingehend interpretieren, diese Funktion als Abbildung eines Objektes auf ein Zeichen, d.h. als Semiose zu interpretieren: $\Omega \rightarrow ZR$, wobei dann die abzubildenden Objekte als "reell“, die abgebildeten Zeichen aber als „imaginär“ zu betrachten wären.

3. Das Zeichen als transfinite Zahl

Der dritte, bisher unpublizierte, Vorschlag, bedeutet, die Peirce-Zahlen als transfinit aufzufassen. Vgl. die folgende Gegenüberstellung einiger Gesetze der transfiniten Kardinalzahl-Arithmetik (vgl. z.B. Conway/Guy 1995, S. 280 f.) mit denjeningen, die innerhalb einer Zeichen- und Objektarithmetik zu gelten scheinen:

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$

Da wir für die Alefs Zeichen gesetzt haben, müssen wir für die natürlichen Zahlen Objekte setzen. Wir bekommen daher

$ZR + \Omega = \Omega + ZR = ZR$

Beispiel: „symphysische Verwachsung“ (Bühler) von Zeichen und Objekt entweder zu Zeichenobjekt oder zu Objektzeichen. Das Ergebnis ist in beiden Fällen ein „semiotisches Objekt“ (Bense ap. Walther 1979, S. 122 f.), also ein Zeichen.

$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$

$ZR + ZR = ZR$

Wie bereits in Toth (2009) bemerkt, ändert sich nichts, ob z.B. an einer Strassenkreuzung 1, 2 oder 15 Stoppschilder aufgestellt werden.

$\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

Ist wegen

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$ (Ersetzung der Multiplikation durch Addition) korrekt.

$\aleph_0 = \aleph_0^n$

Ist wegen Ersetzung der Potenzierung durch Multiplikation korrekt.

$\aleph_0^{\aleph 0} = n^{\aleph 0}$

Ist wegen der vorherigen Gleichung und wegen $\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ korrekt.

Zeichen und Objekt erfüllen also die arithmetischen Gesetze transfiniter Zahlen und können deswegen als solche aufgefasst werden. Dass sie

Gesetzen folgen, die unter den quantiativen Zahlen nur unendlichen Mengen vorbehalten sind, dürfte an dem zeicheninternen Interpretanten liegen, der die Selbstreproduktion der Zeichen bewirkt.

Dieses erstaunliche Ergebnis ist auch deshalb bemerkenswert, weil die Zeichen im Gegensatz zu den Objekten nämlich die finiten arithmetischen Gesetze NICHT erfüllen. Wenn ich 1 Apfel und 1 Apfel addiere, bekomme ich 2 Äpfel, d.h. ich habe mehr als zuvor (mit einem Apfel). Wenn ich aber 2 Polizeimützen trage, fällt das zwar auf, aber ich bin deswegen doch nur ein einziges Mal Polizist. Man beachte, dass speziell bei den semiotischen Objekten wie Wegweiser, Stoppschildern usw. bei der Addition nur die (objektalen) Zeichenträger addierbar sind: Wenn an der Kreuzung zwei Stoppschilder stehen statt einem, so sind es zwar material zwei Objekte, aber die Bedeutung, d.h. die semiotische Handlungsanweisung „Anhalten!", wird durch die Verdoppelung nicht verändert.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John Horton/Richard K. Guy, The Book of Numbers. Now York 1995

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. Ein axiomatisch-interlinguistischer Beitrag zum Aufbau der Eurologie als künftigem Schulfach. In: Germanistische Beiträge 14, 2000 (= Festschrift für Horst Schuller)

Toth, Alfred, Linguistische Grundlagen des Hermannstädter Programms. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/2, 2004, S. 69-80

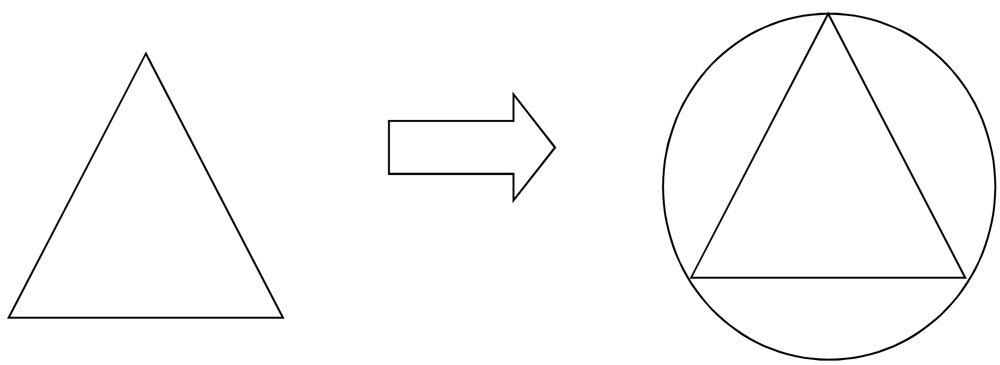
Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen I

1. In Toth (2006, S. 54 ff.) und (2007, S. 57-169) findet sich eine vollständige Theorie einer komplexen Semiotik, allerdings wurde die bei der Einführung der Radizierung übliche Kreisdarstellung nicht berücksichtigt. Bei der üblichen Darstellung der Peirceschen Zeichenrelation als Dreieck wird von der Verortung der triadischen Zeichenfunktion abgesehen. Es wird zwar oft angegeben, dass kein Zeichen allein auftrete, d.h. dass Zeichen immer in Zusammenhängen auftreten, aber der Ort eines Zeichens im semiotischen Raum bleibt dabei völlig unklar.

2. Im Anschluss an meine früheren Arbeiten wird hier vorschlagsweise die Transformation des ortsfreien Zeichenmodells zu einem verorteten Zeichenmodell vorgenommen:



Die Kreislinie vom Umfang $U = 2r\pi$ wird nun als Menge aller Punkte aufgefasst, welche die drei Primzeichen als Relata der Zeichenrelation ZR = (M, O, I) = (.1., .2., .3.) enthalten:

M, O, I = f($2r\pi$),

so zwar, dass auf den unendlich vielen Punkten der Kreislinie jeweils ein Tripel (x, y, z) definiert wird als surjektive Funktion (x, y, z) = f(M, O, I),

wobei die x, y und z paarweise verschieden sein sollen. Damit wird also die Möglichkeit der Permutation von ZR gesichert, also

$\wp$(ZR) = {(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)}.

Damit enthält also jede Kreislinie unendlich viele mögliche Zeichen, und es gibt daher zwischen n eingezeichneten Zeichen unendlich viele Semiosen.

3. Jeder Punkt $w_i \in 2r\pi$

kann daher folgendermassen dargestellt werden (Kemnitz 1998, S. 45):

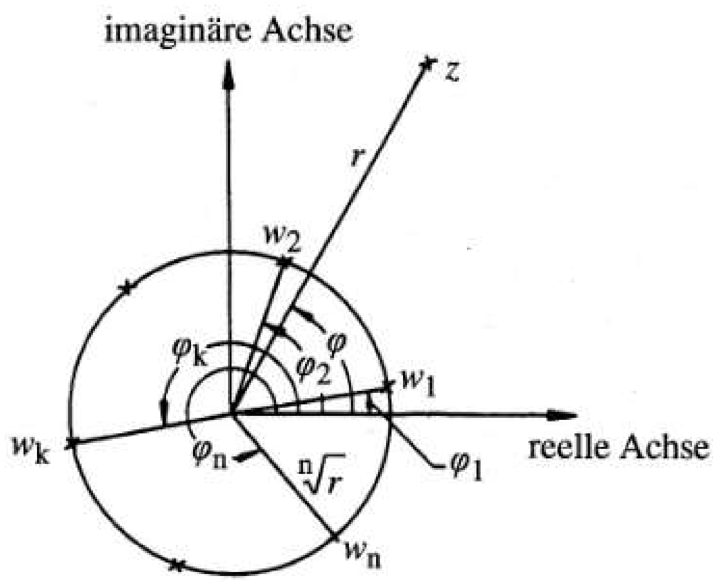


Abbildung 1.5 Die n-ten Wurzeln $w_1, w_2, \ldots, w_k, \ldots, w_n$ einer komplexen Zahl z

Dabei ist natürlich $w^n = z = 1$. Wegen Toth (2006, S. 73 ff.) kann man nun setzen

z = ZR = (M, O, I),

denn das Zeichen lässt sich ja, wie bereits gesagt, als komplexe Zahl auffassen, wobei der Realteil das bezeichnete Objekt und der Imaginärteil das intendierte Bewusstsein ist, d.h. das Zeichen ist eine Funktion von

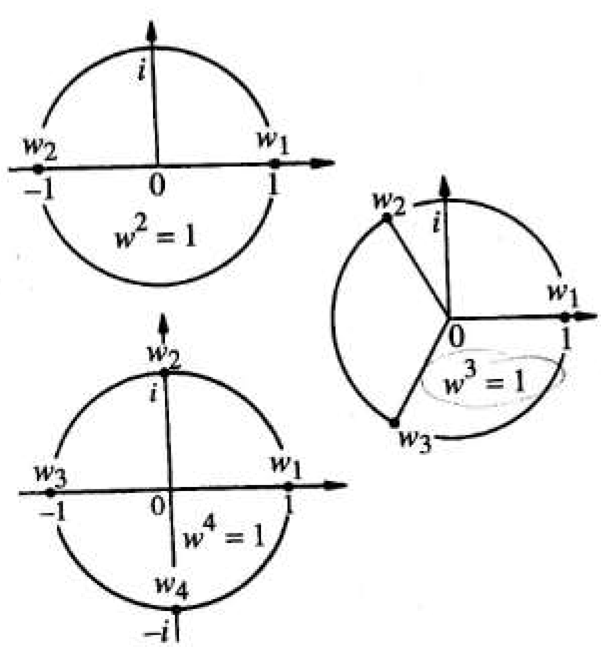
„Weltobjekt" und Bewusstsein (vgl. Bense 1975, S. 16). Die folgenden Beispiele sind wiederum dem sehr empfohlenen Einstiegswerk von Kemnitz (1998, S. 45) entommen:

1. $n = 2: \quad z = w^2 = 1$
   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1; \quad w_2 = 1(\cos 180° + i \sin 180°) = -1$

2. $n = 3: \quad z = w^3 = 1$
   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1$
   $w_2 = 1(\cos 120° + i \sin 120°) = 1(-\cos 60° + i \sin 60°) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\, i$
   $w_3 = 1(\cos 240° + i \sin 240°) = 1(-\cos 60° - i \sin 60°) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\, i$

3. $n = 4: \quad z = w^4 = 1$
   $w_1 = 1(\cos 0° + i \sin 0°) = 1$
   $w_2 = 1(\cos 90° + i \sin 90°) = i$
   $w_3 = 1(\cos 180° + i \sin 180°) = -1$
   $w_4 = 1(\cos 270° + i \sin 270°) = -i$

Darstellung der n-ten Einheitswurzeln für n = 2, n = 3 und n = 4 (Beispiele):



Ein grosser Vorteil bei der Einschreibung der Zeichenrelation in das Kreismodell besteht, über ihre Verortung hinaus, darin, dass man auf diese Weise endlich den Anschluss der mathematischen Semiotik an die Analysis findet, dass mit der Punktmenge der Kreislinie nun der Unendlichkeitsbegriff in die Semiotik hineinkommt. Zeichnet man nämlich das Zeichen, aufgefasst als komplexe Zahl, einfach in die Gaußsche Zahlenebene ein, dann ist es sinnlos, je zwei Relata (Subzeichen) einer Zeichenrelation als Intervall mit unendlich vielen Punkten aufzufassen, denn das Zeichen ist ja eine Funktion, die nur in den drei Punkten ihrer Relata definiert ist, d.h. man kann keinen Graphen zeichnen, den man z.B. differenzieren könnte. Diese Schwierigkeit kann man nun aber dadurch überwinden, dass man die unendliche Kreislinie als Menge aller Orten der Relationen eines Zeichens auffasst, d.h. auf jedem der unendlich vielen Punkte einer Kreislinie kann ein Knoten des Zeichengraphen zu stehen kommen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kemnitz, Arnfried, Mathematik zum Studienbeginn. Wiesbaden 1998

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen II

1. Der vorliegende Beitrag setzt Toth (2011) fort. Unter einer Möbius-Transformation der Ebene[1] versteht man eine rationale Funktion

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

einer komplexen Variablen z, wobei die Koeffizienten a, b, c, d komplexe Zahlen sind, welche die Gleichung ad – bc ≠ o erfüllen.

2. Sei nun $\mathfrak{C}^{\sim}_{\rho}$ der Kreis

$$(\mathrm{Z}-(1-\rho)i)(\bar{\mathrm{Z}}+(1-\rho)i) = \rho^2 \qquad (-\infty < \rho < \infty).$$

Alle diese $\mathfrak{C}^{\sim}_{\rho}$ bilden das parabolische Bündel aller Kreise, die durch Z_0 = i mit den Zentren γ = (1 – ρ)i auf der imaginären Achse laufen. Man bestimmt nun die Möbius-Transformation $\mathfrak{H}_{\rho}$, welche die perspektivische Abbildung der reellen Achse auf den Kreis $\mathfrak{C}^{\sim}_{\rho}$ für die verschiedenen Werte von ρ repräsentiert. Sei zunächst ρ > ½ , so dass der Kreis $\mathfrak{C}^{\sim}_{\rho}$ die reelle Achse in the zwei Punkten ±r schneidet, wobei

r = $\sqrt{(2\rho - 1)}$,

genau die Fixpunkte der Möbius-Transformation $\mathfrak{H}_{\rho}$ ergibt, die durch

(Z, i; -r, r) = (z, ∞; -r, r)

definiert ist, so dass wir weiter

Z = $\mathfrak{H}_{\rho}$(z) = $\frac{iz+r^2}{z+i}$

bekommen.

[1] Die folgende Darstellung folgt aus Gründen der Einfachheit Schwerdtfeger (1979, S. 58 f.).

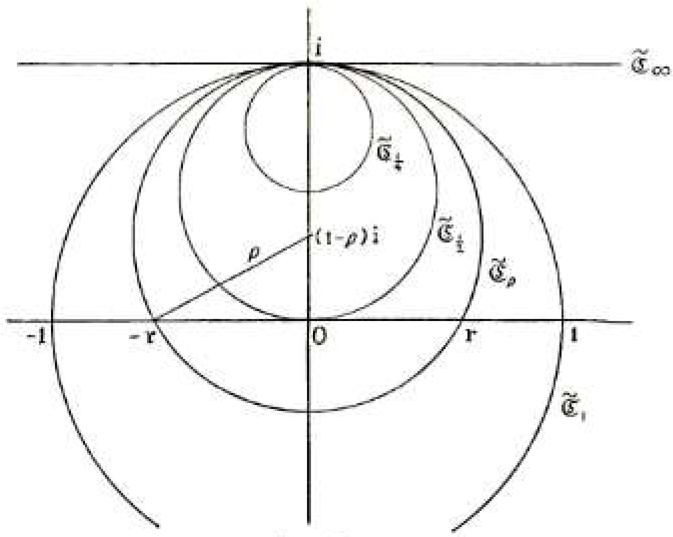


FIG. 16

Z ist nun tatsächlich die gesuchte Möbius-Transformation für alle Werte von ρ. Hier sind r und –r die Fixpunkte, und i ist der Pol von $\mathfrak{H}_\rho^{-1}$, und zwar unabhängig von den reellen Werten von ρ. Da der Quotient

$(Z - i) / (x - i) = (r^2 + 1) / (x^2 + 1)$

reel list, sind

$$z = x \text{ (real)}, \qquad Z = \frac{ix + r^2}{x + i}, \qquad Z_0 = i$$

collinear. Somit repräsentiert $\mathfrak{H}_\rho$ die Perspektive mit dem Zentrum i. Falls $\rho > ½$, dann sind die Fixpunkte von $\mathfrak{H}_\rho$ die beiden verschiedenen reellen Schnittpunkte von $\tilde{\mathfrak{C}}_\rho$ mit der reellen Achse. Falls $\rho = ½$, dann fallen beide Fixpunkte zusammen, so dass es nur einen Fixpunkt $r = 0$ gibt. Und falls $\rho < ½$, dann sind die Fixpunkte

$$\left.\begin{matrix} r \\ \bar{r} \end{matrix}\right\} = \pm r = \pm i\sqrt{(1-2\rho)}.$$

Sind sind symmetrisch sowohl bezüglich der reellen Achse als auch bezüglich des Kreises $\tilde{\mathfrak{C}}_\rho$.

3. Da nach Toth (2011)

$z = ZR = (M, O, I)$

gilt, kann man in der obigen aus Schwerdtfeger (1979, S. 58) reproduzierten Figur den die Einheitswurzeln von z enthaltenenden Kreis als Hülle des semiotischen Raumes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) auffassen. Die oben formal eingeführten drei inneren Kreise des „parbolic pencils" entsprechen dann in konzentrischer Reihenfolge den Hüllen von I, O und M, wobei im Einklang mit Bense (1979, S. 53)

$ZR = (((I \supset O \supset M) \supset (O \supset M)) \supset M)$

gilt. Durch die Definition des Zeichens als Wurzel komplexer Zahlen kann man somit nicht nur die vollständige Relation, sondern auch alle Partialrelationen in der Gaußschen Zahlenebene verorten.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Schwerdtfeger, Hans, Geometry of Complex Numbers. Dover 1979

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen III

1. In Toth (2011a) hatten wir gezeigt, dass man die triadische Peircesche Zeichenrelation ZR = (M, O, I) als Wurzel komplexer Zahlen auffassen kann, und in Toth (2011b) wurde gezeigt, dass sich die Partialrelationen von ZR mit Hilfe der Kreises des „parabolic pencils" im Rahmen einer Möbius-Transformation der Gaußschen Zahlenebene auffassen lassen. Im folgenden wollen wir die bekannte Tatsache, dass die Eulersche Formel einen Zusammenhang zwischen der algebraischen, der trigonometrischen und der Exponentialfunktion komplexer Zahlen herstellt, ebenfalls für die Definition von Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen nutzen.

2. Die Eulersche Formel besagt folgendes:

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z, \quad z \in \mathbb{C}$$

Falls man das Zeichen wie bei Peirce und Bense als reelle Zahlen definiert, setzt man einfach z = x. Setzt man nun x = φ, dann erhält man die Exponentialform der komplexen Zahlen:

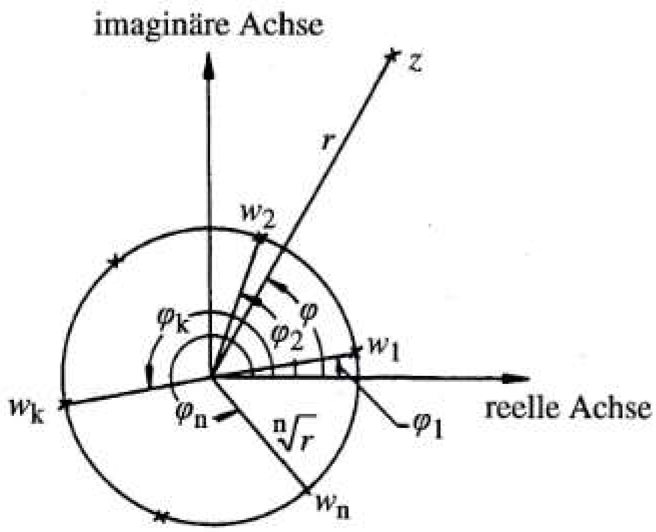
$$\boxed{z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi) = re^{i\varphi}}$$

Die folgenden Beispiele für die drei Formen komplexer Zahlen sind Kemnitz (1998, S. 47) entnommen:

■ **Beispiel für eine komplexe Zahl in verschiedenen Formen:**

$$\begin{aligned} z &= 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 1 + \sqrt{3}\,i && \text{(algebraische Form)} \\ &= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right) && \text{(trigonometrische Form)} \\ &= 2e^{i\frac{\pi}{3}} && \text{(Exponentialform)} \end{aligned}$$

Dabei wird der Zusammenhang zwischen komplexem z, reellem x und dem Winkel φ aus dem folgenden, ebenfalls Kemnitz (1998, S. 45) entommenen Bild klar:



Darin sind die w_n die n-ten Einheitswurzeln von z, d.h. alle möglichen Punkte von ZR = (M, O, I). Die φ_i geben somit den Abstand der Zeichenfunktion, definiert als Funktion reellen Welt- und der imaginären Bewusstseinsachse (vgl. Bense 1975, S. 16), von der reellen Achse, d.h. den Abstand des Zeichens vom ontologischen Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), an.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1979

Kemnitz, Arnfried, Mathematik zum Studienbeginn. Braunschweig 1998

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a, b

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen IV

1. Bereits in Toth (2011) war erwähnt worden, dass es mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z, \quad z \in \mathbb{C}$$

oder, nach z aufgelöst:

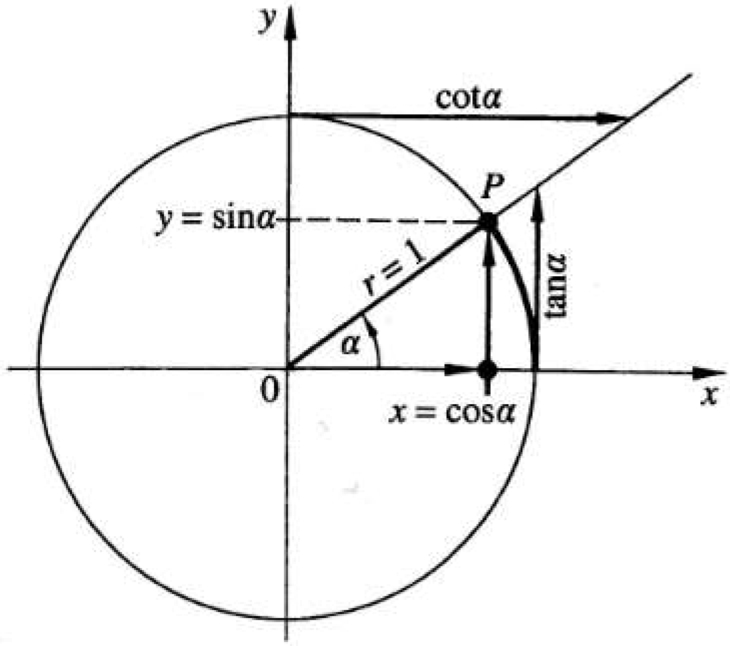
$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = re^{i\varphi}$$

möglich ist, einen Zusammenhang zwischen exponentieller und trigonometrischer Definition der komplexen Zahlen – und damit der Zeichen – herzustellen.

2. Nun waren wir bei der Definition des Zeichens als komplexe Zahl (vgl. Toth 2000) davon ausgegangen, dass sich das Zeichen nach Bense (1975, S. 16) als Funktion des Weltobjektes einerseits und des Bewusstseins anderseits darstellen lässt:

ZR = f(Ω, B).

Stellt man komplexe Zahlen nun in der Gaußschen Zahlebene mittels des Einheitskreises dar, auf dem die komplexen Einheitswurzeln liegen, so entspricht offenbar die Abszisse dem Bereich der „Weltobjekte“ und die Ordinate dem Bereich des „Bewusstseins“ (das folgende Bild stammt aus Kemnitz 1998, S, 223):



Man kann nun, wie üblich, die Kreisfunktionen anhand dieser Darstellung wie folgt bestimmen:

Sinus:	$\sin\alpha = y$
Kosinus:	$\cos\alpha = x$
Tangens:	$\tan\alpha = \frac{y}{x}$
Kotangens:	$\cot\alpha = \frac{x}{y}$

Alle vier Kreisfunktionen lassen sich nun semiotisch durch die folgenden 4 Relationen von Welt- und Bewusstseinsachse auzsdrücken:

Sinus	Bewusstsein bzw. Semiotizität (vgl. Bense 1976, S. 60)
Kosinus	Welt bzw. Ontizität (vgl. Bense 1976, S. 60)
Tangens	Bewusstein / Welt bzw. Semiotizität / Ontizität
Kotangens	Welt / Bewusstsein bzw. Ontizität / Semiotizität

3. Damit aber kann nun die Zeichenrelation in der Form von Sinus-/Kosinus und Tangens-/Kotangens-Funktionsgraphen dargestellt werden (Bild aus Kemnitz 1998, S.- 226):

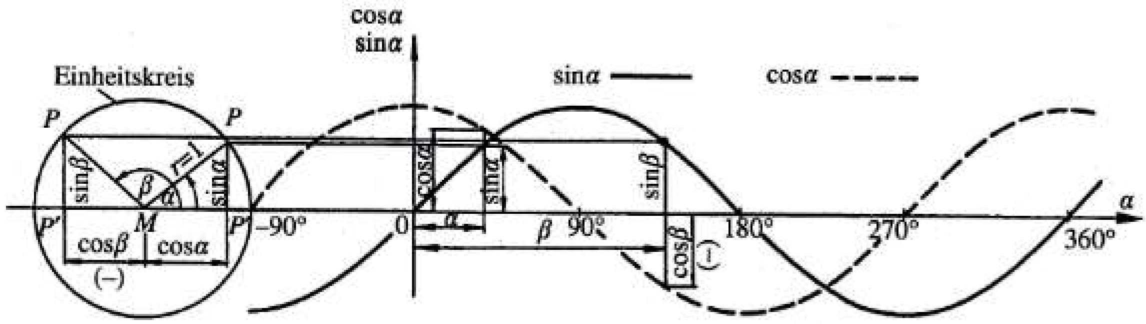


Abbildung 6.7 Sinuskurve und Kosinuskurve

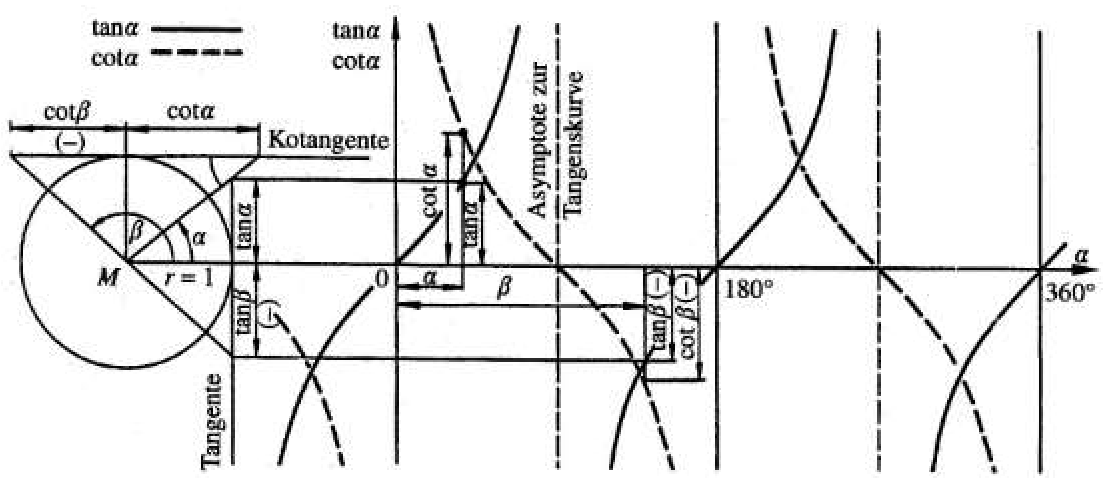


Abbildung 6.8 Tangenskurve und Kotangenskurve

Damit gelten nun, kurz gesagt (vgl. Kemnitz 1998, S. 228 ff.), sämtliche Gesetze der Trigonometrie für die ebene Semiotik. Definiert man das Zeichen räumlich, z.B. mit Hilfe des Stiebingschen Kubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so gelten natürlich pr. pr. auch sämtliche Gesetze der sphärischen Trigonometrie für die räumliche Zeichenrelation. (Damit könnte man u.a. prüfen, ob bestimmte Gesetze der Astrophysik auf die Semiotik anwendbar sind.)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kemnitz, Arnfried, Mathematik zum Studienbeginn. Braunschweig 1998

Stiebing, Hans-Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen V

1. In den Teilen I-IV (Toth 2011a-d) hatten wir aufgezeigt, dass man, kurz gesagt, das Zeichen als komplexe Zahl definieren kann. Damit ist klar, dass sich das Zeichen aus einem Real- und einem Imaginärteil zusammensetzt. Es lässt sich somit im Sinne Benses als Funktion über einer reellen und einer imaginären Domäne definieren

$Z = f(\mathbb{R}, \mathbb{I})$,

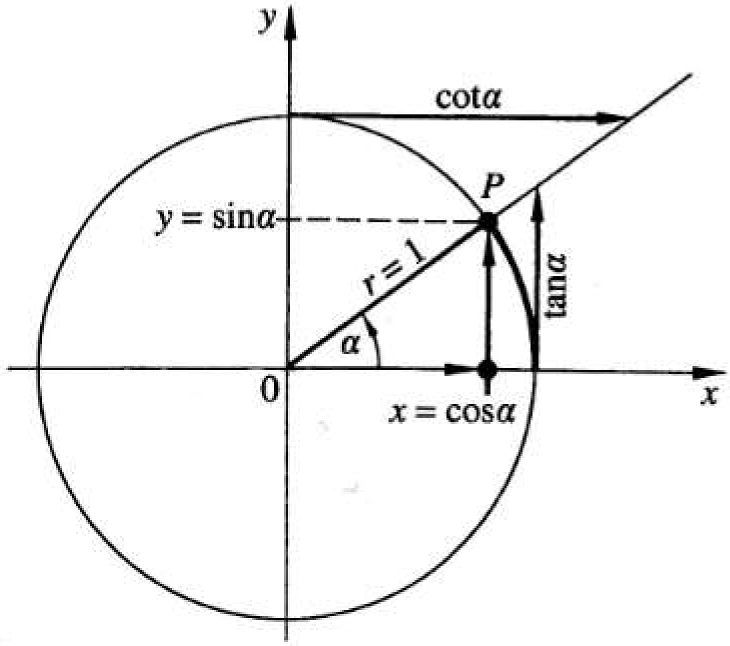
wobei $\mathbb{R}$ = Welt und $\mathbb{I}$ = Bewusstsein ist („dass die Semiotik ... die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag", Bense 1975, S. 16), d.h. es ist genauer

$Z = f(x, y)$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $y \in \mathbb{I}$.

Eine alternative Konzeption, vorgeschlagen von Bense (1976, S. 60) und (1981, S. 77), besteht darin, dass man $\mathbb{R}$ = Ontizität und $\mathbb{I}$ = Semiotizität setzt.

2. Trigonometrische Funktionen

Stellt man komplexe Zahlen in der Gaußschen Zahlebene mittels des Einheitskreises dar, auf dem die komplexen Einheitswurzeln liegen, so entspricht also die Abszisse dem Bereich der „Weltobjekte" und die Ordinate dem Bereich des „Bewusstseins" (das folgende Bild stammt aus Kemnitz 1998, S. 223):



Dann ergibt sich für die Kreisfunktionen:

Sinus:	$\sin\alpha = y$
Kosinus:	$\cos\alpha = x$
Tangens:	$\tan\alpha = \frac{y}{x}$
Kotangens:	$\cot\alpha = \frac{x}{y}$

Sie lassen sich nach dem vorher Gesagten semiotisch durch die folgenden 4 Relationen von Welt- und Bewusstseinsachse auzsdrücken:

Sinus	Bewusstsein	Z = f(y)
Kosinus	Welt	Z = f(x)
Tangens	Bewusstein / Welt	Z = f<y, x>
Kotangens	Welt / Bewusstsein	Z = f<x, y>

Z = f(y) wäre ein Zeichen, das nur Bewusstseinszeichen ist, also etwa ein „Gedankenzeichen“. Z = f(x) wäre das Zeichen, das nur Weltzeichen ist, d.h. ein rein ontologisches Gebilde, und es würde damit wohl mit dem

Objekt zusammenfallen. Während Z = f<x, y>, also der Kotangens, das Zeichen als Zeichenthematik ist, ist der Tangens Z = f<y, x> das Zeichen als Realitätsthematik, also wird dadurch die Primordialität der vermittelten Realität vor dem vermittelten Zeichen behauptet. In der semiotischen Praxis wird oft genau so verfahren, wenn nämlich ein Objekt mit Hilfe der von den Realitätsthematiken präsentierten strukturellen (entitätischen) Realitäten zum Zeichen erklärt wird.

3. Arcus-Funktionen (inverse trigonometrische Funktionen)

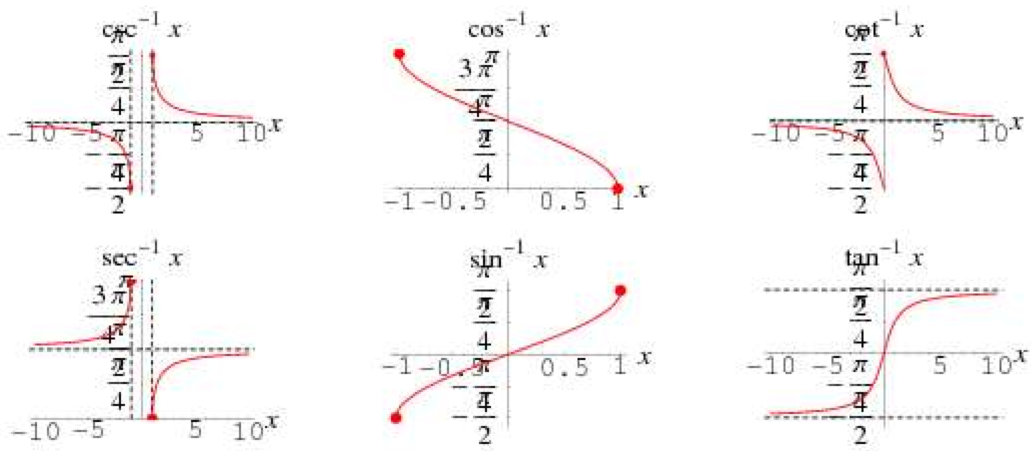
Die Arcusfunktionen beruhen auf der Vertauschung von Domäne und Codomäne der trigonometrischen Funktion, d.h. es ist z.B.

sin x = y → arcsin y = x,

wobei die Domänen und Codomänen wie folgt definiert sind (Tabelle aus Weißstein, MathWorld):

function name	function	domain	range
inverse cosecant	$\csc^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$\left[-\frac{1}{2}\pi, 0\right)$ or $\left(0, \frac{1}{2}\pi\right]$
inverse cosine	$\cos^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
inverse cotangent	$\cot^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$\left(-\frac{1}{2}\pi, 0\right)$ or $\left(0, \frac{1}{2}\pi\right]$
inverse secant	$\sec^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$\left[0, \frac{1}{2}\pi\right)$ or $\left(\frac{1}{2}\pi, \pi\right]$
inverse sine	$\sin^{-1} x$	$[-1, 1]$	$\left[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right]$
inverse tangent	$\tan^{-1} x$	$(-\infty, \infty)$	$\left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right)$

Ihre Funktionsgraphen sehen also wie folgt aus:



y = arccosec x ist als Zeichenfunktion nur im semiotischen und meontischen (vgl. Toth 2006, S. 52 ff.) Bereich definiert. Während aber die beiden hyperbeläste asymptotisch zur reellen Achse sind, sind sie nicht zur imaginären Achse, sondern zu x = ±1 asymptotisch, d.h. sie sind zur Weltachse (ω), aber nicht zur Bewusstseinsachse (β), sondern zur Achse der Semiotizität (s) asymptotisch:

Z = f(x, s).

Für y = arcsec x gilt das oben Gesagte mit der Einschränkung, dass sie als Zeichenfunktion nur im idealistischen und materialistischen Bereich definiert ist (vgl. Toth 2006, S. 53).

Während y = arcsin x nur im semiotischen und im idealistischen Quadranten definiert ist, ist und y = arccos x nur im meontischen und materialistischen Quadranten definiert. Beide Funktionen verbinden jeweils die höchste Weltstufe mit der höchsten Bewusstseinsstufe und vice versa.

Dagegen sind y = arctan x und y = arcctan x beide auf den semiotischen und den materialistischen Bereich beschränkt und beide sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseinsachse asymptotisch, d.h. für beide Funktionen gilt:

Z = f(x, y).

Es gibt somit keine Arcusfunktion, die zur Achse der Ontizät asymptotisch, vgl. jedoch ausführlich Toth 2002 und den nächsten Abschnitt.

4. Hyperbelfunktionen

Bekanntlich stellt die Eulersche Formel einen Zusammenhang her zwischen trigonometrischen Funktionen und komplexen Zahlen, denn es gilt

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z, \quad z \in \mathbb{C}$$

oder, nach z aufgelöst:

$$\boxed{z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = re^{i\varphi}}$$

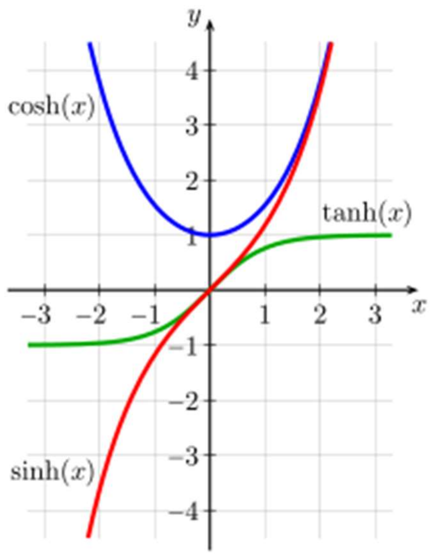
Diese Formel wird nun benutzt, um die hyperbolischen Funktionen zu definieren. Es sind

$$\sinh(z) := \frac{e^{z} - e^{-z}}{2}$$
$$\cosh(z) := \frac{e^{z} + e^{-z}}{2}$$

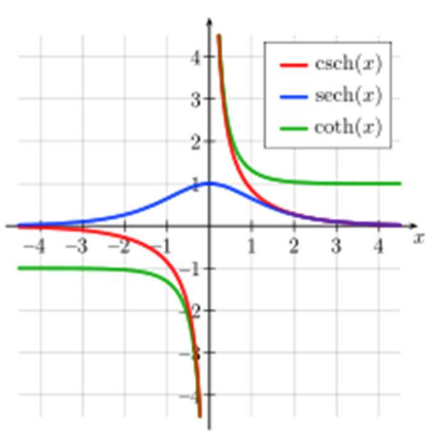
Während jedoch die Funktionen y = sinh x und y = cosh x für alle komplexen Zahlen (und damit für alle Zeichen) definiert sind, da sie holomorph sind, haben die übrigen Hyperbelfunktionen auf der imaginären Achse (Achse des Bewusstseins) Pole:

- Tangens Hyperbolicus $\tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$
- Cotangens Hyperbolicus $\coth(x) := \frac{1}{\tanh(x)} = \frac{\cosh(x)}{\sinh(x)}$
- Secans Hyperbolicus $\operatorname{sech}(x) := \frac{1}{\cosh(x)}$
- Cosecans Hyperbolicus $\operatorname{csch}(x) := \frac{1}{\sinh(x)}$

Vgl. die Funktionsverläufe von y = sinh x, y = cosh x und y = tanh x (entnommen aus Wikipedia)



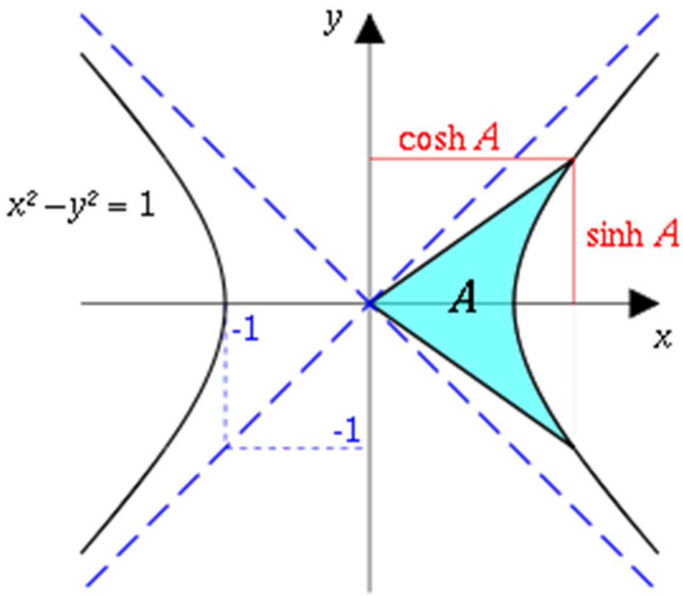
sowie von y = cotan x, y = sech x und y = csech x



Die Zeichenfunktion Z = f(x, s) entspricht, wie oben festgestellt, den Arkusfunktionen y = arcsec x, y = arccosec x. Nun entspricht die Hyperbelfunktion y = cotanh x der Zeichenfunktion Z = f(o, y), wenn o =: y = 1 die Domäne der Ontizität anstatt der Weltobjekte definiert. Für Z = f(x, s) gilt also, dass dieses Zeichen in der Ontologie verankert ist, semiotisch aber nur die Repräsentation, nicht die Präsentation des Bewusstseins erreicht. Dagegen gilt für die komplementäre Funktion Z = f(o, y), dass dieses Zeichen in der Semiotik verankert, ontologisch aber nur die Repräsentation, nicht die Präsentation der Welt erreicht. Unter Benutzung der von Max Bense (1975, S. 65 f.) eingeführten Terminologie kann man also auch sagen: Während Z = f(x, s) im ontologischen und semiotischen Raum verankert ist, ist Z = f(o, y) im ontologischen und semiotischen Raum verankert. Mit Hilfe dieser beiden Zeichenfunktionen kann man also die Geordnetheit der Argumente, d.h. der Domänen, und mit ihnen die Primordialität der Objektwelt vor der Zeichenwelt bzw. umgekehrt definieren.

(Die Diskussion der semiotischen Relevanz der übrigen Hyperbelfunktionen muss auf spätere Arbeiten verschoben werden.)

Wie das folgende Bild (aus Weißstein) zeigt



ist wegen y = x := (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3) (vgl. Toth 2006, S. 56) y = cosh x gleich dem orthogonalen Abstand von der Kategorienklasse zur Bewusstseinsachse und y = sinh x gleich dem orthogonalen Abstand von der Kategorienklasse zur Weltachse. Auf diese Weise kann man also „Zellen" von Zeichenräumen als Funktion des ontologischen und des semiotischen Raumes (Bense 1975, S. 65 f.) bequem definieren.

5. Area-Funktionen (inverse hyperbolische Funktionen)

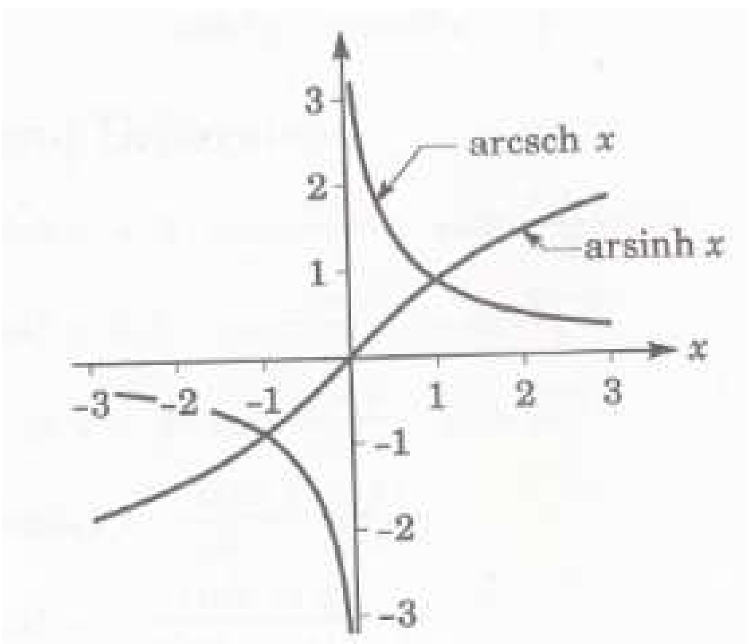
Wie die Arcusfunktionen die Inversen der trigonometrischen Funktionen sind, so sind die Areafunktionen die Inversen der hyperbolischen Funktionen. Da nach dem Satz von Euler ein Zusammenhang zwischen trigonometrischen und exponentiellen Funktionen besteht, folgt, dass auch einen Zusammenhang zwischen hyperbolischen Funktion und Arcusfunktionen geben muss. Dieser wird für die drei basalen Areafunktionen wie folgt definiert:

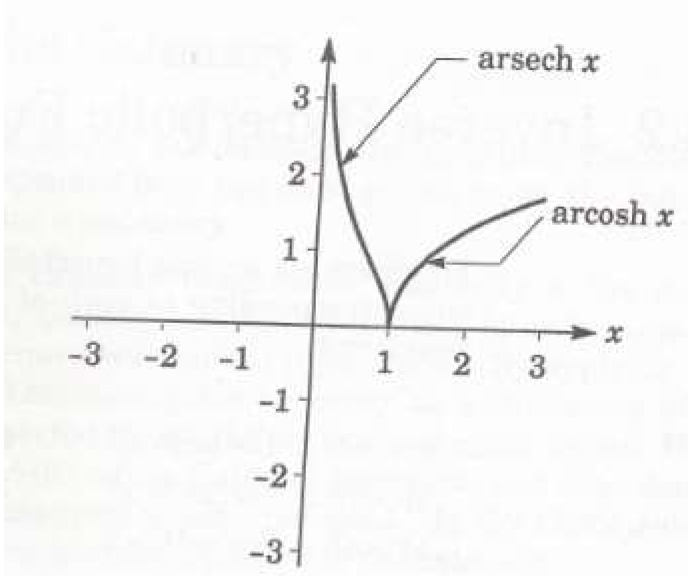
$$\sinh^{-1} z = -i \operatorname{arc} \sin iz,$$
$$\cosh^{-1} z = i \operatorname{arc} \cos z,$$
$$\tanh^{-1} z = -i \operatorname{arc} \tan iz\,.$$

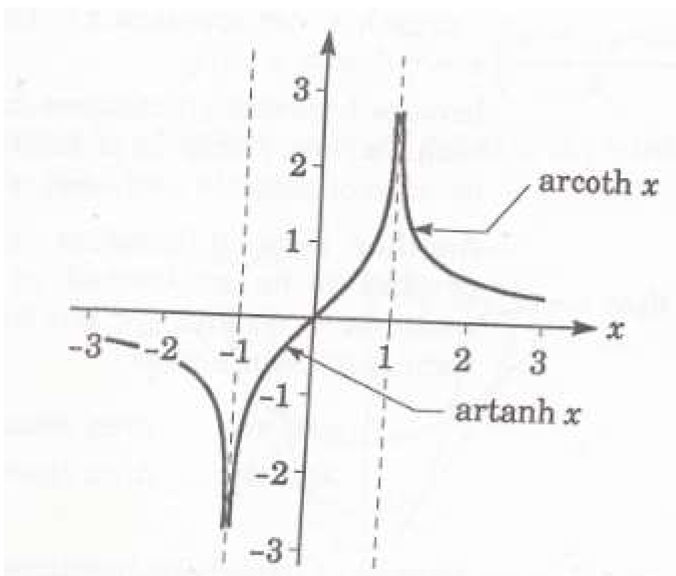
Man kann sie jedoch auch direkt mit dem Logarithmus zur Basis e, d.h. dem natürlichen Logarithmus, definieren:

$$\sinh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \qquad -\infty < x < +\infty,$$
$$\cosh^{-1} x = \pm \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right), \qquad x \geq 1,$$
$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}, \qquad |x| < 1\,.$$

Die Funktionsverläufe für alle 6 Areafunktionen sind Gullberg (1997, S. 539 f.) entnommen:







Wenn wir uns auch bei den Areafunktionen, wie bereits bei den Arcusfunktionen, vorerst auf die unmittelbar einsichtigen semiotischen Folgerungen beschränken, so stellen wir fest, dass y = arcosech x sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseinsachse asymptotisch sind, auch wenn die Asymptose zur Weltachse langsamer verläuft als diejenige zur Bewusstseinsachse. Vielleicht darf man daraus eine höhere „Bewusstseinshaftigkeit" und daher eine geringere „Objekthaltigkeit" schliessen. Von besonderem semiotischem Interesse ist nun abe y = artanh x, denn sie ist asymptotisch zu $y = \pm 1$ und daher nicht nur semiotisch, sondern auch meontisch asymptotisch zur Achse der Semiotiztiät und nicht des Bewusstseins, d.h. zum repräsentierten, nicht aber zum präsentierten Bewusstsein. Ferner schneidet ihre Funktion wegen $y(x) = 0$ die Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3), welche, wie oben bereits angedeutet, die Hauptverbindung zwischen dem semiotischen und dem meontischen Quadranten ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Gullberg, Jan, Mathematics: From the Birth of Numbers. New York 1997

Kemnitz, Arnfried, Mathematik zum Studienbeginn. Brauschweig 1997

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43/1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen. Teile I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a-d

Komplexe relationale Einbettungszahlen

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. Toth 2012b, c) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$

Somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.). Die 10 Hauptdualsysteme einer systemischen Semiotik lassen sich damit in den folgenden expliziten Formen notieren:

1. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 1\ \pm 1.\pm 1)$ $\rightarrow S_1 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), \pm\omega)\ (\pm\omega, \pm\omega)) \rightarrow RE = [[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 1], [\pm 1, \pm 1]]$.

2. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 1\ \pm 1.\pm 2)$ → $S_2 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), \pm\omega)\ (\pm\omega, (\pm\omega, \pm 1)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 1], [\pm 1, \pm 2]]$.

3. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 1\ \pm 1.\pm 3)$ → $S_3 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), \pm\omega)\ (\pm\omega, ((\pm\omega, \pm 1), \pm 2)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 1], [\pm 1, \pm 3]]$.

4. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 2\ \pm 1.\pm 2)$ → $S_4 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), (\pm\omega, \pm 1))\ (\pm\omega, (\pm\omega, \pm 1)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 2], [\pm 1, \pm 2]]$.

5. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 2\ \pm 1.\pm 3)$ → $S_5 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), (\pm\omega, \pm 1))\ (\pm\omega, ((\pm\omega, \pm 1), \pm 2)))$ → RE = $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]]$.

6. Zkl = $(\pm 3.\pm 1\ \pm 2.\pm 3\ \pm 1.\pm 3)$ → $S_6 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), \pm\omega)\ ((\pm\omega, \pm 1), ((\pm\omega, \pm 1), \pm 2))\ (\pm\omega, ((\pm\omega, \pm 1), \pm 2)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 1], [\pm 1_{-2}, \pm 3], [\pm 1, \pm 3]]$.

7. Zkl = $(\pm 3.\pm 2\ \pm 2.\pm 2\ \pm 1.\pm 2)$ → $S_7 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), (\pm\omega, \pm 1))\ ((\pm\omega, \pm 1), (\pm\omega, \pm 1))\ (\pm\omega, (\pm\omega, \pm 1)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 2], [\pm 1_{-2}, \pm 2], [\pm 1, \pm 2]]$.

8. Zkl = $(\pm 3.\pm 2\ \pm 2.\pm 2\ \pm 1.\pm 3)$ → $S_8 = ((((\pm\omega, \pm 1), \pm 2), (\pm\omega, \pm 1))\ ((\pm\omega, \pm 1), (\pm\omega, \pm 1))\ (\pm\omega, ((\pm\omega, \pm 1), \pm 2)))$ → RE = $[[\pm 1_{-3}, \pm 2], [\pm 1_{-2}, \pm 2], [\pm 1, \pm 3]]$.

9. Zkl = (±3.±2 ±2.±3 ±1.±3) → S_9 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±2], [$±1_{-2}$, ±3], [±1, ±3]].

10. Zkl = (±3.±3 ±2.±3 ±1.±3) → S_{10} = ((((±ω, ±1), ±2), (((±ω, ±1), ±2)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±3], [$±1_{-2}$, ±3], [±1, ±3]].

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen

1. Die Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation von Peirce und Bense läßt, mindestens nach der sog. semiotischen „Basistheorie“ keine bedeutenden operativen und strukturellen Variationen zu: Es gibt, grob gesagt, eine Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

und eine ihr duale Realitätsthematik der Form

×Zkl = Rth = (c.1 b.2 a.3),

d.h. es sind z.B. die Konversionen

K(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

K(c.1 b.2 a.3) = (a.3 b.2 c.1)

gar nicht definiert, obwohl erst alle 4 Strukturen zusammen den bereits in der Peirce-Bense-Semiotik angelegten Strukturreichtum ausmachen.

2. Bisher unbekannte operative und strukturelle Komplexität bieten dagegen die in Toth (2012a) eingeführten systemischen Repräsentationsklassen, v.a. wenn man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen zu ihrer Darstellung verwendet:

1. $RS = [[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

$$\left.\begin{array}{l} 2.\ \times_1 RS = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]] \\ 3.\ \times_2 RS = [[c, 1], [b, {}_{-1}1], [a, {}_{-2}1]]] \end{array}\right\} \text{Dualisationen}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4.\ K_1 RS = [[[c, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [a, 1]] \\ 5.\ K_2 RS = [[[c, {}_{-2}1], [b, {}_{-1}1], [a, 1]] \end{array}\right\} \text{Konversionen}$$

Weiter ergibt sich die Möglichkeit, im Anschluß an Toth (2011), gerichtete REZ einzuführen. Damit erhält man

1. $RS = [[[1_{-2}, a^{\leftrightarrows}], [1_{-1}, b^{\leftrightarrows}], [1, c^{\leftrightarrows}]]$

$$\left.\begin{array}{l} 2.\ \times_1 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1_{-2}]]] \\ 3.\ \times_2 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1]]] \end{array}\right\} \quad \text{Dualisationen}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4.\ K_1 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, 1_{-2}], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \\ 5.\ K_2 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \end{array}\right\} \quad \text{Konversionen}$$

Hinzukommen natürlich noch die Permutationen der Partialrelationen, d.h. für die Kategorien zur Peirce-Bense-Semiotik $\underline{P} = \{(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, O, M), (I, M, O)\}$; sie sind für die Semiotik natürlich alle nicht-isomorph zueinander und daher teilweise bereits in der Peirce-Bense-Semiotik definiert.

Bibliographie

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for

Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen

1. In einem gewisse Sinne könnte man die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) als komplexe Zahlen bezeichnen, da sie, wie die komplexen Zahlen, flächige Zahlen darstellen (vgl. Toth 2012b). Eine REZ ist allgemein definiert als

$RE = <m, {}_{n}]>$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Setzen wir m = n = 3, dann können wir eine Peirce-Bensesche Zeichenklasse in der REZ-Form

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$,

wobei die dyadischen Abbildungen der a, b, c $\in$ m wie folgt definiert sind

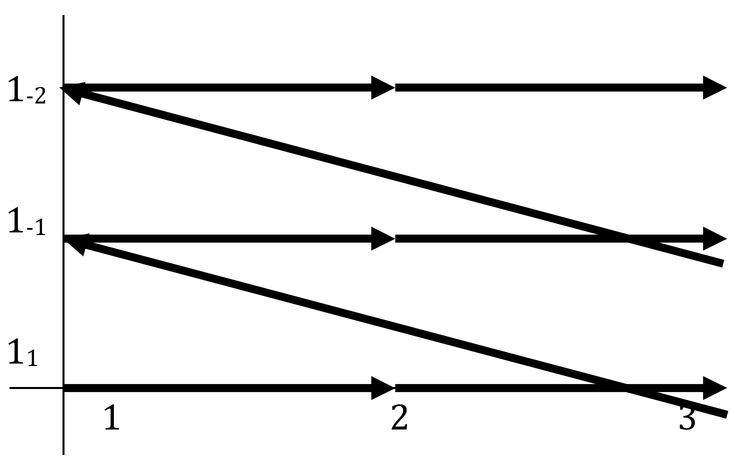
$[1, 1] := id_1$ $[1, 2] := \alpha$ $[1_{-1}, 3] := \beta$ $[1, 3] := \beta\alpha$

$[1_{-1}, 2] := id_2$ $[1_{-1}, 1] := \alpha^0$ $[3, 1_{-1}] := \beta^0$

$[1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$

$[1_{-2}, 3] := id_3$.

2. Erinnern wir uns an die graphische Repräsentation der Zahlenfläche der REZ, wie sie in Toth (2012c) gegeben worden war



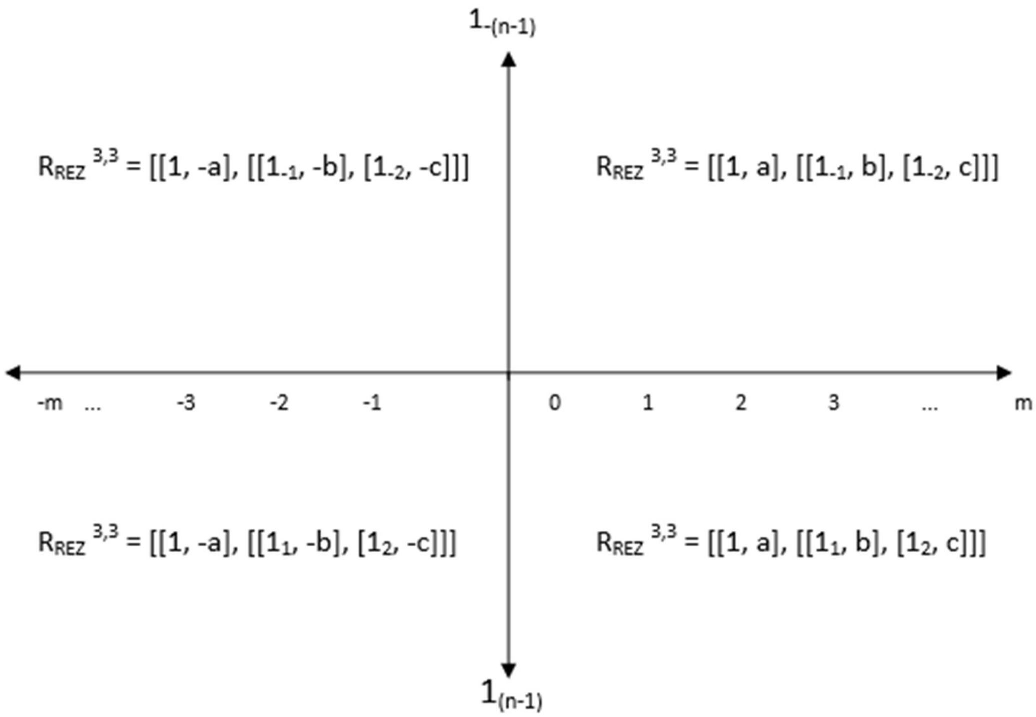
Was nun die Menge der Peanozahlen $m \in \mathbf{N}$ in RE = $<m, {}_n]>$ betrifft, so hatten wir bereits in Toth (2001) gezeigt, daß man in Peirce-Benseschen dyadischen Partialrelationen der Form (a.b) anstatt positiver auch negative Zahlen verwenden kann und damit das Peirce-Bensesche semiotische System dadurch auf die Gaußsche Zahlenebene abbilden kann, daß man die drei weiteren Formen von Subzeichen (-a.b), (a.-b) und (-a.-b) einführt. Wir sind somit berechtigt, auch für m negative Werte einzusetzen. Da die Vorstellung negativer Einbettungen einige Kopfschmerzen bereitet, wenn wir also Einbettungsoperatoren der Form ${}_n]$ nun auch für negatives n einführen, sei auf Toth (2012d) verwiesen, wo wir gezeigt hatten, daß speziell das REZ-System über einen „negativen" Droste-Effekt verfügt. Das bedeutet, impressionistisch ausgedrückt, daß hier – im Gegensatz zum Peirce-Bense-System, wo ein positiver Droste-Effekt herrscht, wo also die Relationen durch Einsetzen immer „länger" werden – die Relationen im REZ-System immer „kürzer" werden, bis sie an einem Punkt wegen $1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$ in 0, d.h. mit der Peirce-Bense-Semiotik, koinzidieren. Geht man also unter 0 hinunter, so hat man auf semiotischer REZ-Ebene ein ähnliches Phänomen vor sich wie im Bereiche der Zahlentheorie bei derNon-Standard-Analysis (vgl. Ebbinghaus 1992, S. 255 ff).

Nach diesen Überlegungen sind wir also berechtigt, komplexe REZ-Relationen der Form

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_n]$

(1 ist natürlich Abkürzung für "$1_{\pm 0}$".)

und der oben wiedergegebene Quadrant aus einem REZ-Koordinatensystem präsentiert sich innerhalb einer REZ-Zahleneben natürlich in der Form



(Wink mit dem Zaunpfahl: negative Einbettungsrelationen sind im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt!)

Bibliographie

Ebbinghaus, Heinz-Dieter, Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Vienna 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Relationale Interpenetrationen als Interpretationen

1. Im folgenden geht es, im Anschluß an meinen Beitrag zur Frank-Festschrift (Toth 2012a), um Verallgemeinerung des Falles, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, oder vice versa. Nach Frank (2001) ist es so, daß man das Zeichen als komplexe Funktion auffassen kann, falls man annimmt, daß sie zu zwei Grenzwerten konvergiert, der im Falle des Objektpols das künstliche und im Falle des Subjektpols das natürliche Zeichen repräsentiert. Ferner hatten wir in Toth (2012b, c) bereits einige Fälle von Interpenetrationen untersucht, also solche, bei denen innerhalb von Repräsentationssystemen Abbildungen (Partialrelationen) ausgetauscht werden.

2. Nun setzt eine komplexe Semiotik, die von den spezifischen semiotischen Voraussetzungen (v.a. also vom substantiellen Kategoriebegriff) abstrahiert, deren Rückführung auf die Systemtheorie voraus (Toth 2012d), die man dann formal noch abstrakter fassen kann, indem man statt der systemischen Abbildungen die sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ) verwendet (Toth 2012e). Wenn wir das bisher Gesagte zusammenfassen, dann erfordert also eine maximal abstrakte Behandlung von semiotischen Interpenetrationsphänomenen eine komplexe REZ-Relation, wie sie in Toth (2012f) gegeben worden war

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots_{n}]$.

Natürliche Zeichen sind also wesentlich objektorientierte Zeichen, d.h. sie fallen in den Bereich der reellen Zahlen und Abbildungen von R_{REZ}.

Dagegen sind künstliche Zeichen wesentlich subjektorientierte Zeichen und fallen somit in den imaginären Bereich der komplexen Zahlen und also von R_{REZ}.

Nehmen wir nun den Fall, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, so zwar, daß es dabei zur Interpenetration einer subjektiven Interpretation in die objektive Interpretation der REZ-Relation für das betreffende natürliche Zeichen kommt:

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]] \ldots [1_{-(n-1)}, m]]] \ldots {}_{n}]$

$$\Uparrow$$

$$\left\{\begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix}\right\}_{I}$$

Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ natürlich, aufgefaßt als komplexe Relation, sowohl reelle als auch imaginäre Wertvorräte besitzt, kommen somit bei Interpenetrationen jeweils genau 4 Möglichkeiten vor, vorausgesetzt, man übernimmt aus der Peirce-Bense-Semiotik die Voraussetzung, daß sich jede n-stellige Relation aus konkatenierten Dyaden zusammensetzt (vgl. Walther 1979, S. 79).

Das obige Beispiel einer Interpretation durch relationale Interpenetration läßt sich natürlich umkehren – denn auch natürliche Zeichen können künstliche interpretieren: etwa dadurch, daß man jemandem „den Vogel zeigt“ und nicht nur, wie oben, z.B. das Gesagte durch Mimik und Gestik „untermalt“. Eine weitere Verallgemeinerung ergibt sich dadurch, das man Interpenetrationen auch für Mittel- und Objektbezug der unterliegenden Peirce-Benseschen Zeichenrelation zuläßt und diese evtl. sogar kombiniert (was gerade bei höherstelligen Abbildungen schnell zu enormer Komplexität führt). Die Basismodell sind dann natürlich für m = n = 3. Für den Objektbezug:

$$R_{REZ}^{\ m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Big\Uparrow$$

$$\left\{\begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix}\right\}_{O}$$

und für den Mittelbezug:

$$R_{REZ}^{\ m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Big\Uparrow$$

$$\left\{\begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix}\right\}_{M}$$

Bibliographie

Frank, Helmar G., Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge

(Sibiu/Hermannstadt) 13/14, 2001 [= Festschrift für Horst Schuller], S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. Erscheint in: Vera Barandovska-Frank (Hrsg.), Serta für Helmar Frank. Paderborn 2013 (2012a)

Toth, Alfred, Penetration des Außen ins Innen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Penetration des Innen ins Außen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie der relationalen Einbettungszahlen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Null-REZ

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. zuletzt Toth 2012b) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$,

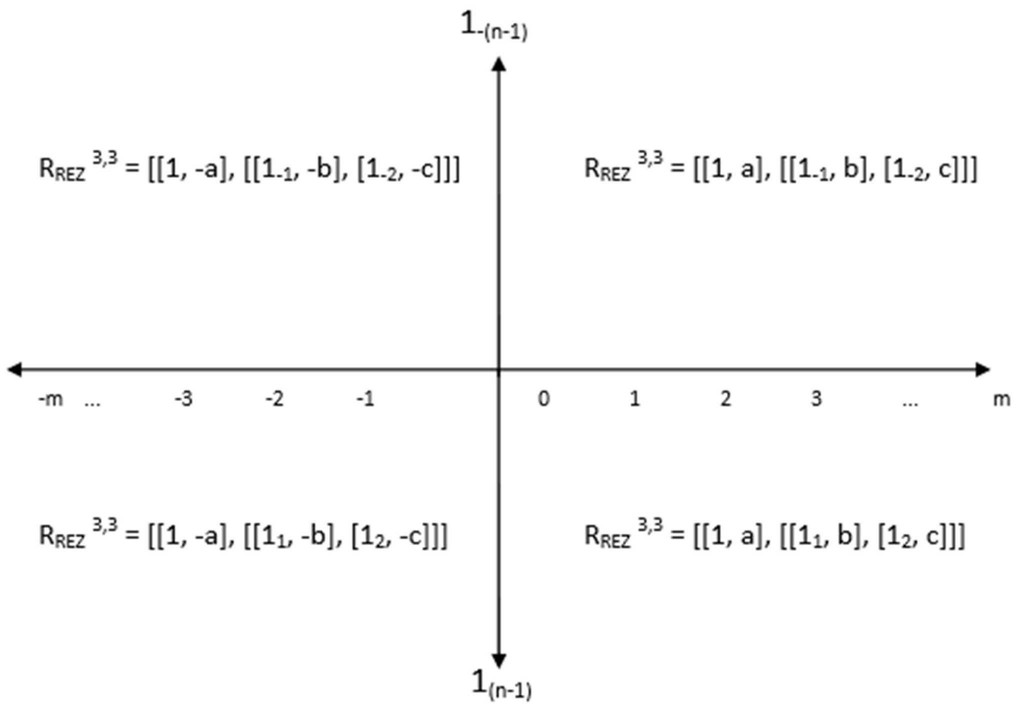
und somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.):



2. Negative Einbettungsrelationen befinden sich somit im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt. Die allgemeinste Form einer REZ ist somit ein Paar

REZ = $<m, {}_{n}]>$ mit n, m $\in \mathbb{N}$,

und demzufolge gibt es zwei Möglichkeiten, in der REZ den Nullpunkt zu erreichen:

m = 0

n = 0.

Ist m = 0, so kann also sowohl die Domäne, als auch die Codomäne einer Abbildung 0 sein, d.h. es kann eine Kern- oder Cokern-Abbildung vorliegen. Liegt eine Kern-Abbildung vor, so ist z.B. im Falle von [ω, 1] = 0 natürlich auch [[ω, 1], 1] = 0, jedoch ist dann ω ≠ 0. Semiotisch liegt in diesem Fall der "Nullabbildung" vor, d.h. sozusagen "verwaiste" semiotische Funktionen, deren Urbildmengen leer sind. Ist also der Objektbezug leer, dann muss auch der Interpretantenbezug (wegen der

Einschachtelungsoperation $_n$]) leer sein; ist bloss der Interpretantenbezug leer, so hat das Zeichen zwar eine Bedeutung, aber keinen kontextlichen Sinn. Geht man jedoch statt von semiosischen von retrosemiosischen Funktionen aus, so kann man z.B. den Interpretantenbezug "behalten", ohne den Objekt- oder Mittelbezug zu "opfern". Liegt hingegen eine Cokern-Abbildung oder "leere Abbildung" vor, so kann man umgekehrt die Domänenwerte opfern, ohne wegen der Einbettungen gleichzeitig die Codomänenwerte zu opfern, d.h. die Dualität von Kern- und Cokern-Abbildungen stimmt keinesfalls mit der vermeintlichen Dualität semiosischer und retrosemiosischer Funktionen überein.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systeme und relationale Einbettungszahlen

1. Wir wollen wiederum von den in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) der Form

$REZ = <m, {}_n]>$

mit m, n ∈ N ausgehen.

Wie aus meinen im "Electronic Journal" veröffentlichten Arbeiten hervorgeht, stellt nun die Relation über REZ

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm1], [[1_{\pm1}, \pm2], [1_{-2}, \pm3]] \dots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \dots {}_n]$

natürlich in engstem Zusammenhang mit der bereits zuvor in Toth (2012b) eingeführten sog. systemischen Relation

$R_{sys}{}^{m,n} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1], ..., [[\omega, 1], 1], (n-1)]]$.

2. Wie wir nun explizit aufzeigen wollen, gilt

$\omega = 1_{-0} = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = 1_{-3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = 1_{-(n-1)}$

Ferner stellen sich hierzu die in Toth (2012c) eingeführten intrinsischen Abbildungen

$\omega = (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

Setzt man nun wie in Toth (2012d)

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

so bekommt man ein vollständiges Korrespondenzschema mit intrinsisischen, systemischen und REZ-Relationen in sehr einfacher Weise dadurch, daß man setzt

$\omega = \pm 1_0 = \pm 1$

$[\omega, 1] = \pm 1_{\pm 1}$

$[[\omega, 1], 1] = \pm 1_{\pm 2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = \pm 1_{\pm 3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = \pm 1_{\pm (n-1)}$

Auf diese Weise kann man also nicht nur, wie bisher (vgl. Toth 2007), eine komplexe Semiotik über den Peanozahlen definieren, welche für die semiotischen Kategorien Verwendung finden (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), sondern ebenfalls für die intrinsische, systemisch-abbildungstheoretische sowie die systemische REZ-Semiotik.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Einbettung intrinsischer Zeichenzahlen verschiedener Einbettungsstufe. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Komplementäre REZ-Relationen

1. Erfahrungsgemäß fällt es selbst Mathematikern mitunter schwer, zwischen den in komplementären Relationen beteiligten bzw. vorausgesetzten Mengen zu unterscheiden. Bedeutet z.B. die Relation R "ist Vorgesetzter von", so besteht die komplementäre Relation R´zwischen allen Paaren, die in irgendeiner menschlichen Beziehung zueinander stehen, also z.B. miteinander verwandt, befreundet, verfeindet usw. sind (vgl. Menne 1991, S. 138). Es kommt somit, kurz gesagt, auf die von einer Relation jeweils vorausgesetzte Grundmenge an. In der triadisch-trichotomischen REZ-Relation (Toth 2012a)

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$,

können somit nur die Partialrelationen [1, 1] und $[1_{-1}, 2]$ komplementäre Mengen haben, da die Partialrelation $[1_{-2}, 3]$, da sie drittheitlich ist, das im Zeichen selbst enthaltene Zeichen ist und somit mit der Grundmenge zusammenfällt. Ferner ist die Grundmenge von [1, 1] in dieser isolierten Form gar nicht anggebbar, dann nämlich, wenn man von der semiotischen Kategorie M und nicht von der Bezeichnungsfunktion ($M \rightarrow O$) ausgeht, d.h. wenn man die Doppelnatur der Subzeichen statisch anstatt dynamisch interpretiert. Bedeutet also [1, 1] M, dann ist die monadische Partialrelation zugleich die Grundmenge der Relation und damit die komplementäre Relation die leere Menge; bedeutet [1, 1] aber ($M \rightarrow O$), dann ist die Grundmenge die Oberrelation $O = (M \rightarrow O)$. Dasselbe gilt vice versa für [1, 1] sowie für $[1_{-1}, 2]$ relativ zu $[1_{-2}, 3]$.

2. Nun ist aber, worauf z.B. in Toth (2012b) hingewiesen worden war, die der Peirce-Benseschen Zeichenrelation korrespondierende systemische REZ-Relation $R_{REZ}{}^{3,3}$ selbst eine Teilrelation der umfassenden Relation $R_{REZ}{}^{m,n}$

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots_{n}]$.

Hier ist also die Grundmenge wegen der Verschachtelungsstruktur die m,n-adische Partialrelation $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$, die wegen des "dissolventen" Droste-Effekts bei systemischen semiotischen Relationen (vgl. Toth 2012c) sämtliche niederstufigen Partialrelationen semiotisch enthält. Für $R_{REZ}{}^{3,3}$ bedeutet dies natürlich, daß selbst die monadische Relation [1, 1] nur hinsichtlich der Grundmenge $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$ eine komplementäre Relation bilden kann, so daß also selbst die autoreproduktive Relation $[1_{-2}, \pm 3]$ in hierarchisch viel höhere autoreproduktive Komplexe eingebettet ist. Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ ferner neben $[1_{-n}, m]$ auch Dyaden der komplexen Struktur $[1_{-n}, -m]$, $[1_{n}, m]$ und $[1_{n}, -m]$ enthält, erweitert sich die reelle Grundmenge im Falle der REZ-Semiotik um die imaginären semiotischen Werte.

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme und relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Die Menge der REZ-Ausdrücke als Theorie

1. Nach der allgemeinen Modelltheorie versteht man unter der Menge aller Ausdrücke einer Sprache L, die aus einer gegebenen Teilmenge von Ausdrücken $S \subset L$ folgen, die Folgerungsmenge von S (in L) (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 39). Man erhält diese Folgerungen von S durch einen Hüllenoperator H (über L), für den die Eigenschaften der Extensivität (i), Monotonie (ii) und Abgeschlossenheit (iii) gelten (Schwabhäuser 1970, S. 40):

(i) $S \subset H(S)$

(ii) $(S_1 \subset S_2) \rightarrow H(S_1) \subset H(S_2)$

(iii) $H(H(S)) \subset H(S)$.

2. Im folgenden gehen wir aus von der allgemeinen (n, m)-stelligen REZ-Relation

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m],$

d.h. wir können durch Einsetzen von Werten für n die Tiefe der relationalen Einbettungen und durch Einsetzen von Werten für m die Stelligkeit der Partialrelationen bestimmen. Setzen wir z.B. m = n = 3, so bekommen wir

${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]],$

also die REZ-Variante der Peirce-Benseschen Zeichenrelationen, deren allgemeine Form üblicherweise als ZR = (3.a, 2.b, 1.c) dargestellt wird. Wie immer wir jedoch m und n wählen, ob wir als Zahlbereich die natürlichen, reellen oder komplexen Zahlen wählen (vgl. Toth 2012a), an der Relation ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ selbst ändert sich dadurch gar nichts, d.h. sie bleibt eine abstrakte systemische Relation, die u.a. Zeichenhaftes repräsentiert, jedoch nicht nur Zeichenhaftes. Ihre Struktur ist darum universell im doppelten Sinne des Wortes: maximal allgemein und ein Universum betreffend. Nur ist dieses systemische Universum umfassender als das "Universum der Zeichen" (Bense 1983; 1986, S. 17 ff.).

3. Geht man nun allerdings von ${}^{3}{}_{3}$ REZ aus, so findet man die vier folgenden nicht-isomorphen Strukturen

1. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$
2. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$
3. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$
4. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$.

Wie ich jedoch in Toth (2012b) gezeigt hatte, ändert auch dies nichts daran, daß man im allgemeinen systemischen Universum, wie es durch ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ definiert ist, verbleibt. Aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ gibt es somit ebenso wenig wie aus ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ eine Transzendenz, die in einen anderen "Realitätsbereich" oder dergl. führt. Der Übergang von ZR zu ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ bringt also, um es nochmals zu unterstreichen, "lediglich" viel größere Abstraktion in die mathematische Semiotik.

Betrachten wir also nochmals (vgl. Toth 2012c) die Operatoren, welche die 4 oben unterschiedenen Strukturen erzeugen, nehmen wir hierzu aber die Peirce-Benseschen Darstellungsweise:

1. (3.a 2.b 1.c) := G
2. $(3.a\ 2.b\ 1.c)° = (1.c\ 2.b\ 3.a) := K_1$
3. $\times(3.a\ 2.b\ 1.c) = (c.1\ b.2\ a.3) := K_n$
4. $\times(3.a\ 2.b\ 1.c)° = (a.3\ b.2\ c.1) := KD = DK$

Wie man erkennt, werden die 4 Strukturen aus einer Grundstruktur G sowie zwei Operationen K und D sowie deren (dualidentische) Kombination erzeugt. Im Falle von ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ fällt allerdings K_1 mit einer der 3! = 6 Permutationen und K_n mit der Dualisationsoperation zusammen (vgl. zu n>3-stelligen REZ-Relationen Toth 2012b). Dennoch führen auch die Operatoren K_1 und K_n nicht aus dem systemischen REZ-Universum hinaus, denn wie man ohne weitere Begründung sehr leicht sieht, ist K_m für $m \in \{1, ..., n\}$ ein Hüllenoperator im Sinne der Modelltheorie. Daher sind aber auch alle durch H erzeugten "Folgerungen" aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ bereits in ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ enthalten, und ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ stellt daher im Sinne der Modelltheorie ein Theorie dar (vgl. noch Schwabhäuser 1970, S. 40).

Bibliographie

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie, Bd. I. Mannheim 1970

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Weshalb die Semiotik 4-wertig sein könnte. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

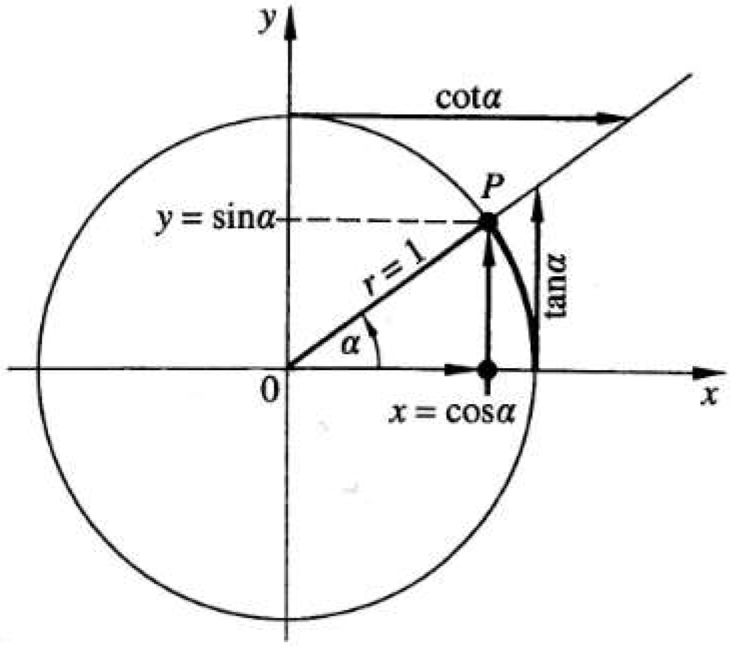
Relationale Einbettungszahlen als "komplexe" Zahlen

1. Relationale Einbettungszahlen (REZ; vgl. ausführlich Toth 2012a) sind natürlich nur in dem Sinne als komplexe Zahlen aufzufassen, daß sie wie die letzteren zusammengesetzte und flächig darstellbare Zahlen sind. Da eine REZ die allgemeine Form

$REZ = [m, {}_{n}]]$ mit $m, n \in \mathbf{C}$

(vgl. Toth 2012b) hat, ist es jedoch möglich, REZ als komplexe Zahlen zu behandeln, und umgekehrt. Dabei gilt offenbarm $\in \mathbf{R}$ und $n \in \mathbf{I}$, d.h. man die beiden Zahlentypen hängen insofern zusammen, als man die imaginäre Achse der komplexen Zahlen und die Einbettungsachse der REZ vertauschen kann.

2. Da wir bereits REZ vor dem Hintergrund der Gaußschen Zahlenebene für alle vier Quadranten behandelt haben (Toth 2012b), gehen wir hier von der Polarkoordinaten-Darstellung komplexer Zahlen aus (vgl. Toth 2011):



Dann ergibt sich für die Kreisfunktionen:

sin α = y := $_n$]

cos α = x := m

tg α = y/x := $_n$]/m

cot α = x/y := m/ $_n$].

Die für m und n einzusetzenden Werte hängen also zunächst davon ab, welche Teilrelation der allgemeinen REZ-Relation

$^m{}_nR_{REZ}$ = [[1, a], [[1$_{-1}$, b], [1$_{-2}$, c]]], ..., [$_n$ 1$_{-(n-1)}$, m]]...]

man wählt. Für den Fall der systemischen Fassung der Peirce-Benseschen triadisch-trichotomischen Semiotik, welche 3 Einbettungsgrade hat, setzt man also m = n = 3 und geht somit von

$^3{}_3R_{REZ}$ = [[1, a], [[1$_{-1}$, b], [1$_{-2}$, c]]]

mit a, b, c ∈ {1, 2, 3} aus. Damit kann man die Polarkoordinaten für jede partielle Relation getrennt bestimmen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Zur Anwendung hyperkomplexer Zahlbereiche auf das semiotisch-ontische Modell

1. Erweitert man die triadische systemische Repräsentationsrelation (Toth 2012a)

$ZKl^3 = [[A \to I], [[[A \to I] \to A]], [[[A \to I] \to A] \to I]]$

durch Einbettung von Qualitäten (vgl. Toth 2012b, c), welche durch

$Q = [A \to I]^\circ = [I \to A]$

definiert wurden, zur tetradischen systemischen Repräsentationsrelation konkreter Zeichen

$ZKl^4 = [[I \to A], [A \to I], [[[A \to I] \to A]], [[[A \to I] \to A] \to I]],$

so definieren die beiden Funktionen $y = I(A)$ und $y^{-1} = A(I)$ den RAND zwischen den inneren und den äußeren Punkten des Zeichen-Objektsystems

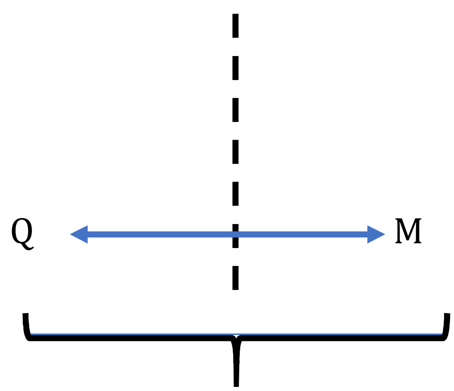
Mittelbezug (M): $[A \to I] := I(A)$

Qualität (Q) $[A \to I]^\circ = [I \to A] := A(I),$

d.h. $M^\circ = Q; Q^\circ = M.$

2. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik ist, so bedeutet dies, daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes

unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, d.h. nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation einer tetradischen semiotischen Relation an. Wir können damit folgendes Modell benutzen:



Rand des Systems (Z, Ω)

Im Rand – der somit als Streifen und nicht als demarkative Linie vorzustellen ist – approximieren somit die Zeichen, von denen Bense (1975, S. 16) gesagt hatte, sie würden als Funktionen die "Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrücken" die Objekte, und umgekehrt approximieren die Objekte die Zeichen. Anders ausgedrückt: Sowohl Zeichen- als auch ObjektFunktionen verhalten sich zur Kontexturgrenze im Rande (in der Skizze gestrichelt eingezeichnet) hyperbolisch (vgl. dazu ausführlich Toth 2002). Wie nun die komplexen Zahlen mit festem Betrag aus einer Kreislinie liegen, liegen die binären hyperkomplexen Zahlen, deren Produkt mit ihren Konjugierten einen festen Betrag hat, auf einer Hyperbel. Man könnte somit binäre hyperkomplexe Zahlen zur

Beschreibung hyperbolischer semiotischer Zeichen- und ontischer Objektfunktionen verwenden.

Eine weitere Anwendung hyperkomplexer Zahlen (vgl. dazu allgemein Toth 2007, S. 74 ff.) betrifft dieHamiltonschen sowie die Cliffordschen sog. Biquaternionen (vgl. allgemein Kantor/Solodownikow 1978). Biquaternionen unterscheiden sich von Quaternionen, indem deren Elemente komplexe Zahlen sind. Da sie 8-dimensionale Zahlsysteme sind, dürften sie sich dazu eigenen, tetradische systemische Relationen (wie z.B. ZKl^4), deren Partialrelationen sich ja durchwegs auf Dyaden reduzieren lassen (vgl. Toth 2012d), in einem den Stiebingschen an Komplexität bei weitem übersteigenden semiotischen Raum darzustellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kantor, Isaj L./A.S. Solodownikow, Hyperkomplexe Zahlen. Leipzig 1978

Toth, Alfred, Semiotische Hyperbelfunktionen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 43-1, 2002, S. 15-19

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Zeichen und komplexe Zahl

1. Aus Toth (2012a) geht hervor, daß sowohl die natürlichen als auch die rationalen Zahlen für die Peirce-Bensesche Semiotik relevant sind. Auch wenn die Semiotik keine den Cauchy-Folgen ähnliche Phänomene aufweist, welche nach dem "Permanenzprinzip" (vgl. Toth 2012b)

$\mathbb{N}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{Z}$ Menge der ganzen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{Q}$ Menge der rationalen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen

$\Downarrow$

$\mathbb{C}$ Menge der komplexen Zahlen

also den Übergang von der rationalen zu einer reellen Semiotik rechtfertigen, darf man sich doch fragen, wie es um eine komplexe Semiotik steht, denn gerade der von der komplexen Zahl vorausgesetzte Begriff der imaginären Zahl dürfte angesichts der Tatsache, daß die Zeichenfunktion nach Bense (1975, S. 16) zwischen Welt und Bewußtsein und somit zwischen einem rellen und einem imaginären Bereich vermittelt, von einigem Interesse sein.

2. Die in Toth (2012c) als "rechtsordinal" bzw. "linksordinal" bezeichneten Mengen von Primzeichen

$P_1 = \{1., 2., 3.\}$

$P_2 = \{.1, .2, .3\}$

betreffen nun nach Bense (1981) auch die repräsentationelle (P_1) und die kategoriale (P_2) Ordnung der in der Semiotik in der Form geordneter Paare notierten rationalen semiotischen Zahlen. Da die Zeichenthematik der vollständigen Zeichenrelation den Subjektpol und ihre duale Realitätsthematik den Objektpol der "verdoppelten" semiotischen Repräsentation angibt, korrespondiert also die triadische Ordnung der Zeichenthematik dem reellen und die trichotomische Ordnung der Realitätsthematik dem imagniären Zahlbereich. Da ferner sowohl Zeichen- als auch Realitätsthematik wegen

$ZTh = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

$RTh = \times ZTh = (c.1\ b.2\ a.3)$

somit in Bezug auf reelle und imaginäre semiotische Zahlen "gemischt" sind, repräsentieren also von den Primzeichen die rechtsordinalen den imaginären und die linksordinalen den reellen Zahlbereich:

$P_1 = \{1., 2., 3.\} \in \mathbb{I}$

$P_2 = \{.1, .2, .3\} \in \mathbb{R}$,

und wir sind daher berechtigt, die Zeichenrelation in der Form

$ZR_{\mathbb{C}} = (3i.a, 2i.b, 1i.c) \times (c.i1, b.i2, a.i3)$

zu notieren und somit eine "komplexe Semiotik" zu konstruieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Permanenz als Systemöffnungsstrategie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Links- und rechtsordinale semiotische Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zeichen und komplexe Zahl II

1. In Toth (2012) war vorgeschlagen worden, die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführte Menge von Primzeichen

$P = \{1, 2, 3\}$

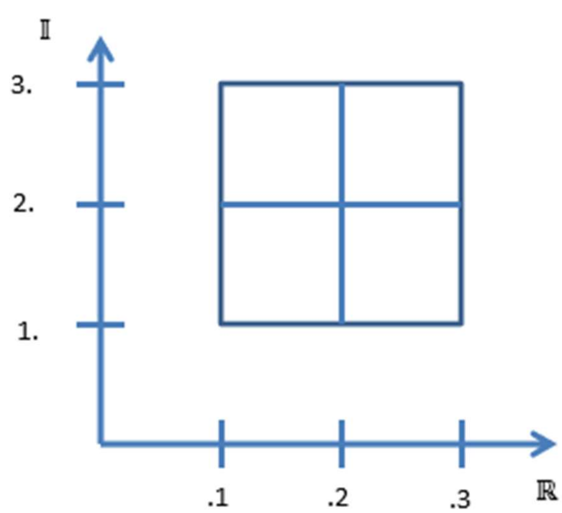
durch die folgenden beiden Definitionen rechts- und linksordinaler semiotischer Zahlen

$P_1 = \{1., 2., 3.\} \in \mathbb{I}$

$P_2 = \{.1, .2, .3\} \in \mathbb{R}$

zu ersetzen, da sie sich algebraisch und topologisch völlig verschieden verhalten. Die P_1 sind also genau die triadischen Hauptwerte in den Zeichenthematiken und die trichotomischen Stellenwerte in den dualen Realitätsthematiken, während die P_2 die trichotomischen Hauptwerte in den Realitätsthematiken und die triadischen Stellenwerte in den dualen Zeichenthematiken sind.

2. Wir können nun einen Schritt weitergehen und die Subzeichen der Form (a, b) mit a, b ∈ P als Punkte eines Koordinatensystems mit $\mathbb{R}$ als Abszisse und 3 als Ordinate auffassen:



Dann bekommt also jedes Subzeichen zwei Erscheinungsformen:

$(1.1) \rightarrow (1i.1), (1.1i)$

$(2.2) \rightarrow (2i.2), (2.2i)$

$(3.3) \rightarrow (3i.3), (3.3i)$

$(1.2) \rightarrow (1i.2), (1.2i)$

$(2.1) \rightarrow (2i.1), (2.1i)$

$(1.3) \rightarrow (1i.3), (1.3i)$

$(3.1) \rightarrow (3i.1), (3.1i)$

$(2.3) \rightarrow (2i.3), (2.3i)$

$(3.2) \rightarrow (3i.2), (3.2i)$,

und damit haben wir für zwei duale Subzeichen (a.b):

$\times(ai.b) = (b.ai)$

$(a.bi)= (bi.a)$,

d.h. aber, daß die zweidimensionale Gaußsche Zahlenebene nicht ausreicht, um alle 4 Erscheinungsformen zweier dualer Subzeichen darzustellen, und damit können wir keine aus Zeichen- und Realitätsthematik bestehende Zeichenrelation in der Gaußschen Zahlenebene darstellen, denn wie man z.B. anhand von (2.3)/(3.2)

$\times(2i.3) = (3.2i)$

$\times(3i.2) = (2.3i)$

ersieht, benötigen wir also keine Zwei-, sondern eine Vierteilung von P, nämlich zusätzlich zu P_1 und P_1

$P_3 = \{.1, .2, .3\} \in \mathbb{I}$

$P_2 = \{1., 2., 3.\} \in \mathbb{R}$.

D.h. aber, wir benötigen zur Darstellung komplexer Subzeichen (und damit Zeichenrelationen) ein vierdimensionales Koordinatensystem. Um es noch dramatischer auszudrücken: Aus reellen und imaginären semiotischen Werten bestehende Zeichenrelationen können nicht als komplexe Zahlen, sondern nur als Quaternionen dargestellt werden. Eine aus Zeichen- und Realitätsthematik bestehende Zeichenrelation ist somit ein Paar der Form

$$ZR = \begin{cases} (3i.a,\ 2i.b,\ 1i.c) \times (c.1i,\ b.2i,\ a.3i) \\ (3.ai,\ 2.bi,\ 1.ci) \times (ci.1,\ bi.2,\ ai.3), \end{cases}$$

d.h. ein semiotisches Quaternion.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zeichen und komplexe Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zeichen und Quaternion

1. Im Gegensatz zum Verhältnis von Zeichen und den zweidimensionalen komplexen Zahlen, das Gegenstand von Toth (2012a) war, stellen Quaternionen vierdimensionale Zahlen der allgemeinen Form

$x = x_0 + x_1i + x_2j + x_3k$

dar, d.h. sie besitzen einen einfachen Realteil und einen dreifachen Imaginärteil. Nun wissen wir bereits, daß wir die Peircesche Zeichenrelation als komplexe Zahlenrelation durch

$ZR_{\mathbb{C}} = (3i.a, 2i.b, 1i.c) \times (c.i1, b.i2, a.i3)$,

d.h. durch die beiden links- und rechtsordinalen (vgl. Toth 2012b) Mengen von Primzeichen

$P_1 = \{1., 2., 3.\} \in \mathbb{I}$

$P_2 = \{.1, .2, .3\} \in \mathbb{R}$,

darstellen dürfen.

In einer vollständigen, aus einer Zeichenthematik sowie ihrer dualen Realitätsthematik bestehenden Zeichenrelation sind daher die Triadenwerte imaginär und die Trichotomienwerte reell, denn die Zeichenthematik konnotiert den Subjektpol und die Realitätsthematik den Objektpol der verdoppelten semiotischen Repräsentation. Da allerdings sowohl die Triaden- als auch die Trichotomienwerte immer zusammen aufscheinen – und zwar die ersteren hauptwertig in den Zeichenthematiken und stellenwertig in den Realitätsthematiken und die letzteren vice versa -, sind somit sowohl die Zeichen- als auch die Realitätsthematik beidermaßen Repräsentationen komplexer Zahlen, d.h. sie gehen in der Gaußschen Zahlenebene z.B. durch Achsenspiegelung und semiotisch natürlich durch Dualisation ineinander über.

2. Nun besteht, wenigstens historisch gesehen, der Hauptgrund für die Einführung noch höherer als der komplexen Zahlen, darin, daß es unmöglich ist, Rotationen (wenn also etwa die "Chiralität" von Repräsentationen zu berücksichtigen ist) im dreidimensionalen Raum der reellen Zahlen ($^3\mathbb{R}$) durchzuführen. Wie Hamilton entdeckte, funktioniert es aber durch Hinzunahme einer weiteren Dimension, d.h in $^4\mathbb{R}$. Daher sind also die den komplexen nächst höheren Zahlen nicht etwa "Ternionen", sondern Quaternionen, und wenn man diese so einführt, wie wir es hier getan haben, dann kann man sofort quaternionale Zeichenthematiken der Form

ZTh = a.i + b.j + c.k + .d mit a, ..., d ∈ {1, 2, 3}

sowie quaternionale Realitätsthematiken der Form

RTh = d. + k.c + j.b + i.a

konstruieren. Da die komplexen Zahlen der Formen (a.i), (b.j), (c.k) gemäß Voraussetzung nur Triadenwerte sein können, und da (.d) klarerweise für Trichotomienwerte steht, hat also eine quaternionale Zeichenrelation die allgemeine Form

$ZR_{\mathbb{H}}$ = (((3.2.1.)i). a) mit a ∈ {.1, .2, .3} (a also linksordinal).

Bibliographie

Toth, Alfred, Zeichen und komplexe Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Links- und rechtsordinale semiotische Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1976, S. 60) kann man die Menge der Zeichenzahlen

S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)

in einem kartesischen Koordinatensystem wie folgt darstellen

P_{td}				
3.	3.1	3.2	3.3	
2.	2.1	2.2	2.3	
1.	1.1	1.2	1.3	
	.1	.2	.3	P_{tt}

Dabei gilt also

$(P_{td} \neq P_{tt}) = (x.) \neq (.x)$ für $(x.) \in P_{td}$ und $(.x) \in P_{tt}$.

2. Zeichenzahlen als Elemente von S unterscheiden sind also von den von Bense (1981, S. 17 ff.) auch als Primzeichen bezeichneten Zeichenzahlen als Elemente von P = (1, 2, 3), insofern die letzteren die Peanoaxiome erfüllen (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), die ersteren aber nicht, sondern den doppelt positiven Quadranten eines gaußschen Zahlenfeldes bilden, wobei man somit entweder P_{td} oder P_{tt} als imaginäre Achse auffassen kann. Rein formal könnte man somit für jede Zeichenzahl der Form S = <a.b> vier reell-imaginäre kartesische Produkte definieren

<a.b> <a.b_i>

$<a_i.b> \quad <a_i.b_i>$.

Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2014a) gezeigt, daß wir wegen ($P_{td} \neq P_{tt}$) für jedes $S = <a.b>$ ein Quadrupel der Form

$S_1 = [a, [b]] \qquad S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b] \qquad S_4 = [b, [a]]$

mit $S_2 = S_1^{-1}$ und $S_4 = S_3^{-1}$

bekommen. Wenn wir also annehmen, daß wir die Imaginarität entweder von P_{td} oder von P_{tt} ebenfalls durch Anwendung des Einbettungsoperators E definieren dürfen, dann wird vermöge der reell-imaginären kartesischen Produkte aus dem Quadrupel ein Octupel

$S_1 = [a, [b]] \qquad S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [[a], b] \qquad S_4 = [b, [a]]$

$S_5 = [a, b] \qquad S_6 = [b, a]$

$S_7 = [[a], [b]] \qquad S_8 = [[b], [a]]$

(mit $S_6 = S_5^{-1}$ und $S_8 = S_7^{-1}$). Wie man allerdings zeigen kann (vgl. Toth 2014b-d), sind die beiden zusätzlichen Paare S_5/S_6 und S_7/S_8 redundant, da das erste Paare keine Einbettung und das zweite Paar eine redundante Einbettung enthält. Daraus folgt also, daß sich die Imaginarität von P_{td} oder von P_{tt} allein durch das Paar

$S_1 = [a, [b]]$

$S_2 = [[a], b]$

sowie eines Konversionsoperators K darstellen läßt, d.h. wir können die Menge S von Zeichenzahlen durch das Tripel

$S = (S_1, S_2, K)$

definieren.

3. Man beachte, daß die Definition $S = (S_1, S_2, K)$ auch ausreicht, um quaternionäre Zeichenzahlen zu definieren. Dabei ist auszugehen von

$S^* = [a, [b, [c, [d]]]]$,

worin a reell und b, c, d imaginär sind. Bei den 4! = 24 Permutationen

$S_1^* = [a, [b, [c, [d]]]]$

$S_2^* = [b, [a, [c, [d]]]]$

$S_3^* = [c, [b, [a, [d]]]]$

$S_4^* = [d, [b, [c, [a]]]]$, usw.,

die man erhält, kann man wegen der für komplexe Zeichenzahlen möglichen Reduktion der Quadrupel auf Paare, wie sie oben gezeigt wurde, auf die zu S_1^* ... S_{24}^* konversen quaternionären Zeichenzahlen verzichten. Da Imaginarität ja durch Anwendung des Einbettungsoperators E definiert wurde, sind die drei quaternionären Zeichenzahlen jeweils paarweise als Einbettungen von Einbettungen definierbar, d.h. es ändert sich gegenüber den komplexen Zeichenzahlen überhaupt nichts.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Gerichtete Ränder und systemische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Positionskonstanz von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zählen mit Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kardinalität, Distribution und Position bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Dyadenpaare als bikomplexe Zeichenzahlen

1. Wie zuletzt in Toth (2014) gezeigt, kann man die allgemeine Form von Subzeichen der kleinen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.)

$S = <x.y>$

mit $x, y \in \{1, 2, 3\}$

zunächst als Quadrupel der Form

$S_1 = [x, [y]]$ $\quad$ $S_2 = S_1^{-1} = [[y], x]$

$S_3 = [[x], y]$ $\quad$ $S_4 = S_3^{-1} = [y, [x]]$

und vermöge

$S = (S_1, S_2, K)$,

d.h. durch Einführung eines Konversionsoperators, als Paar der Form

$S_1 = [x, [y]]$

$S_2 = [[x], y]$

darstellen.

2. Da der Einbettungsoperator nach Toth (2014) die Position der imaginären Zahlen in den komplexen Zeichenzahlen S_1 und S_2 markiert, kann man nun die allgemeine Form von Subzeichen der großen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105)

$S^* = <<x.y>, <z.w>>$

als bikomplexe Zahl einführen, so daß

$<x.y> \in S$

$<z.w> \in S$

gilt, d.h. jedes Dyadenpaar der Form S^* tritt in den folgenden 4 möglichen Formen auf

$S_1^* = [[x, [y]], [x, [y]]]$ $\quad$ $S_3^* = [[[x], y], [[x], y]]$

$S_2^* = [[x, [y]], [[x], y]]$ $S_4^* = [[[x], y], [x, [y]]]$.

3. Einen Sonderfall stellen die von Arin (1981, S. 220 ff.) eingeführten determinierten Subzeichen dar, deren allgemeine Form man wie folgt darstellen kann

S** = <<x.y>, <<a.b>, <<c.d>, <e.f>>>>,

bei denen also folgende Determinationen gelten

3.1. <x.y> ← <<a.b>, <<c.d>, <e.f>>>

3.2. <a.b> ←<c.d>

3.3. <c.d> ← <e.f>,

d.h. eine vollständige triadische Zeichenrelation determiniert ein Subzeichen, wobei allerdings <<a.b>, <<c.d>, <e.f>>> nicht in der triadischen Ordnung von Zeichenklassen, d.h. (I, O, M) erfolgen muß, sondern alle 3! = 6 möglichen Permutationen zugelassen sind. Da sich gemäß Walther (1979, S. 79) Triaden als Konkatenationen von Dyaden darstellen lassen, kann also jede Triade als Dyadenpaar dargestellt und vermöge unserer Ergebnisse in Kap. 2 in der Form der S_i^* dargestellt werden. Allerdings bedingt die Determination der Arinschen Zeichenzahlen weitere Anwendungen des Einbettungsoperators E, d.h. wir haben z.B.

$S_{11}^* = [[x, [y]], [[x, [y]]]]$ $S_{12}^* = [[[x, [y]]], [x, [y]]]$

$S_{21}^* = [[x, [y]], [[[x], y]]]$ $S_{22}^* = [[[x, [y]]], [[x], y]]$

$S_{31}^* = [[[x], y], [[[x], y]]]$ $S_{32}^* = [[[[x], y]], [[x], y]]$

$S_{41}^* = [[[x], y], [[x, [y]]]]$ $S_{41}^* = [[[[x], y]], [x, [y]]]$

für jedes Paar bikomplexer Zeichenzahlen.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss.-Ing. Stuttgart 1981

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Kann es konjugierte Zeichenzahlen geben?

1. In Toth (2014a) hatten wir gezeigt, daß es sinnvoll ist, bei komplexen Zeichenzahlen der Form

$S = \langle a.b \rangle$

mit $a \in P_{td}$ und $b \in P_{td}$ sowie a, b ∈ {1, 2, 3} die folgenden vier Möglichkeiten imaginärer Zeichenzahlanteile zu unterscheiden

$\langle a.b \rangle \qquad \langle a.b_i \rangle$

$\langle a_i.b \rangle \qquad \langle a_i.b_i \rangle$.

Nach Toth (2014b) sind diese den folgenden vier Paaren eingebetteter semiotischer Subrelation äquivalent

$\langle a.b \rangle = [a, b]$

$\langle a.b_i \rangle = [a, [b]]$

$\langle a_i.b \rangle = [[a], b]$

$\langle a_i.b_i \rangle = [[a], [b]]$.

Dabei scheiden allerdings gemäß der Definition des semiotischen Einbettungsoperators (vgl. Toth 2014c) [a, b] und [[a], [b]] aus, so daß komplexe Zeichenzahlen auf die beiden folgenden semiotischen Einbettungsstrukturen reduzierbar sind

$\langle a.b_i \rangle = [a, [b]]$ mit $\langle a.b_i \rangle^{-1} = [[b], a]$

$\langle a_i.b \rangle = [[a], b]$ mit $\langle a_i.b \rangle^{-1} = [b, [a]]$.

2. Konkret gesprochen, bedeutet dies, daß

$\times(a.b) \neq (b.a)$,

d.h. daß z.B. die Dualisation eines Symbols (1.3) zwar quantitativ, aber nicht qualitativ mit dem Rhema (3.1) zusammenfällt. In Sonderheit folgt daraus, daß fürdie sogenannte dualidentische Zeichenklasse der Eigenrealität

$\times$ (3.1, 2.2, 1.3) =

(3.1, 2.2, 1.3)

die beiden identisch erscheinenden (und hier untereinander geschriebenen) Paare von Subrelationen nicht-identisch sind, denn das Rhema (3.1) der Zeichenthematik ist das dualisierte Legizeichen der Realitätsthematik – et vice versa. Und selbst beim "genuinen" Index (2.2) besteht keine Identität, denn nach dem oben Gesagt gilt selbstverständlich

$\times$[3,[1]] = [[1], 3]

$\times$[[3], 1] = [1, [3]]

und also [3, [1]] ≠ [[3], 1]] sowie [[1], 3] ≠ [1, [3]].

$\times$[2, [2]] = [[2], 2]

$\times$[[2], 2] = [2, [2]]

und also [2, [2]] ≠ [[2], 2] sowie [[2], 2] ≠ [2, [2]].

Daraus folgt also, daß im abstrakten Paar komplexer Zeichenzahlen

$<a.b_i> = [a, [b]]$ mit $<a.b_i>^{-1} = [[b], a]$

$<a_i.b> = [[a], b]$ mit $<a_i.b>^{-1} = [b, [a]]$

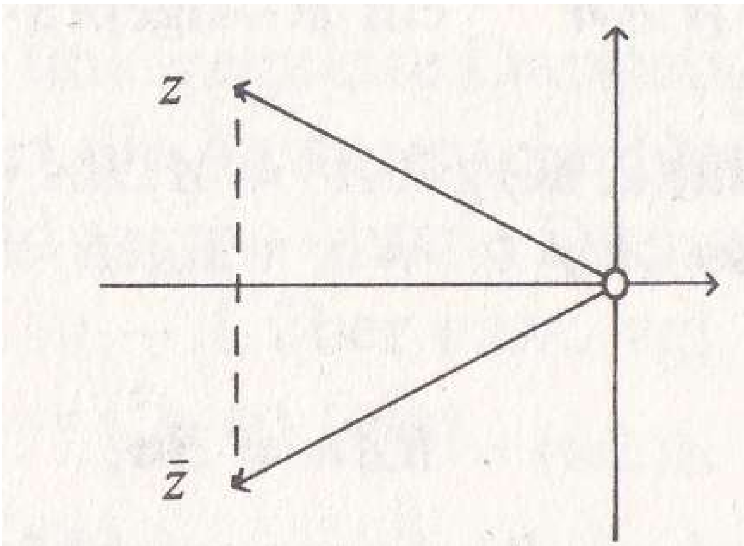
sich die beiden dualen Paare in qualitativer Konjugationsrelation befinden. Anders gesagt, für jedes der beiden Paare, d.h. für [a, [b]] und [[a], b] einerseits sowie für [[b], a] und [b, [a]] andererseits gilt die aus der Mathematik natürlich bekannte Spiegelungstransformation einer komplexen Zahl der abstrakten Form

$z = a + bi$

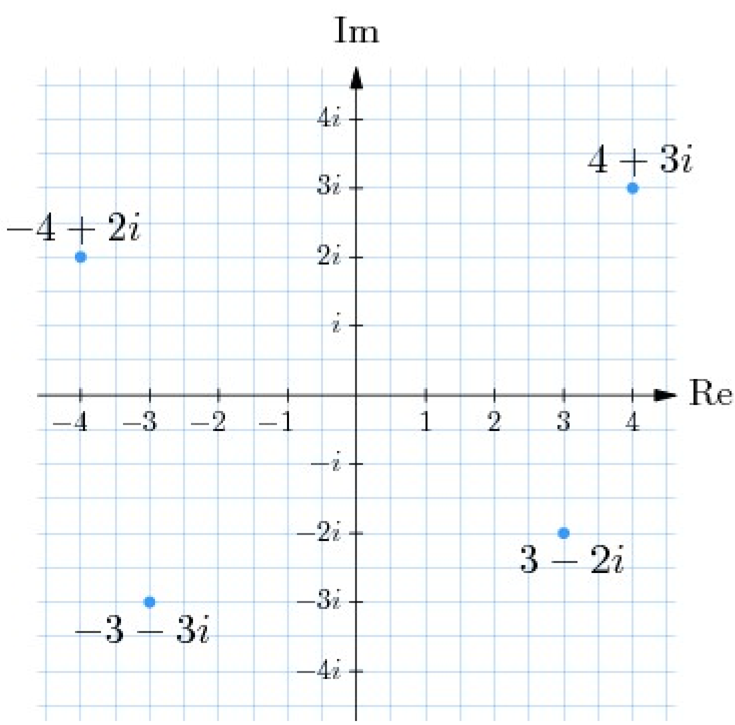
und ihrer zugehörigen Konjugierten der abstrakten Form

$\bar{z} = a - bi$,

deren geometrisches Verhältnis am einfachsten durch das folgende Diagramm aus Ebbinghaus et al. (1992, S. 58) darstellbar ist.



Sie gilt allerdings nicht nur für zwei, sondern für alle vier Quadranten der Gaußschen Zahlenebene



In anderen Worten: Es folgt aus unseren Betrachtungen nichts Geringeres als die Existenz negativer Zeichen, eine Vermutung, die ich, allerdings vor einem vollkommen anderen Hintergrund, bereits anfangs der 1990er Jahre anläßlich eines Semiotikkongresses in Stuttgart geäußert hatte und die damals, nach dem Tode Max Benses, auf sehr großes Unverständnis gestoßen war.

Bibliographie

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Dyadenpaare als bikomplexe Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Quaternionäre und oktonionäre Zeichenzahlen

1. Das zentrale Ergebnis aus unseren vorgängigen Studien (vgl. Toth 2014a-c) besteht darin, daß komplexe Zeichenzahlen durch die beiden Paare

$\langle a.b_i \rangle = [a, [b]]$ mit $\langle a.b_i \rangle^{-1} = [[b], a]$

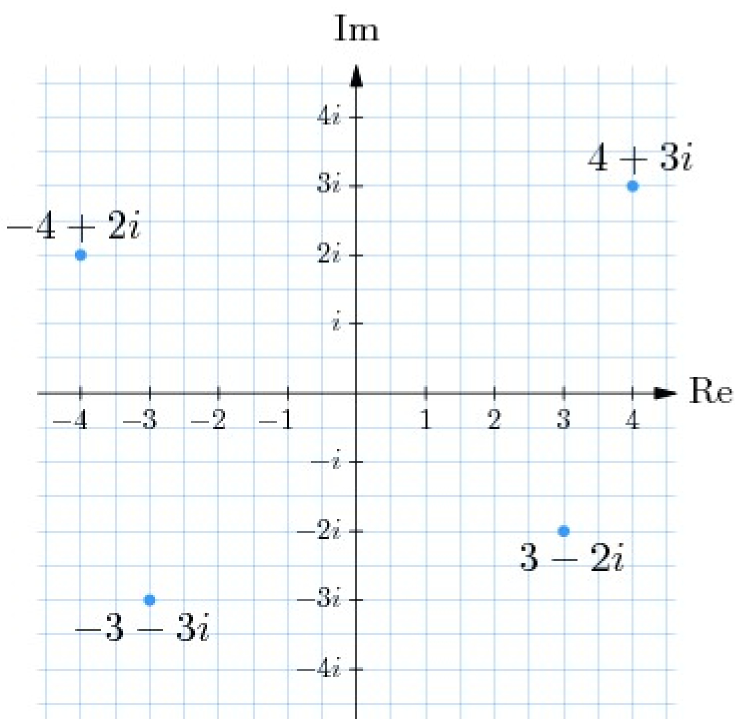
$\langle a_i.b \rangle = [[a], b]$ mit $\langle a_i.b \rangle^{-1} = [b, [a]]$

ausgedrückt werden können, die in folgender Weise den komplexen Zahlen und ihrer Konjugierten entsprechen

$z = a + bi$ $\quad$ $-z = -a + bi$

$\bar{z} = a - bi$ $\quad$ $-\bar{z} = -a - bi$

deren geometrisches Verhältnis am einfachsten durch das folgende gaußsche Zahlenfeld aus wikimath.se darstellbar ist.



2. Entsprechend der Definition der Hamiltonschen Quaternionen

$h = x_0 + x_1\mathrm{i} + x_2\mathrm{j} + x_3\mathrm{k}$

können wir das folgende semiotische Quadrupel sowie ihre konversen Relationen zur Definition benutzen

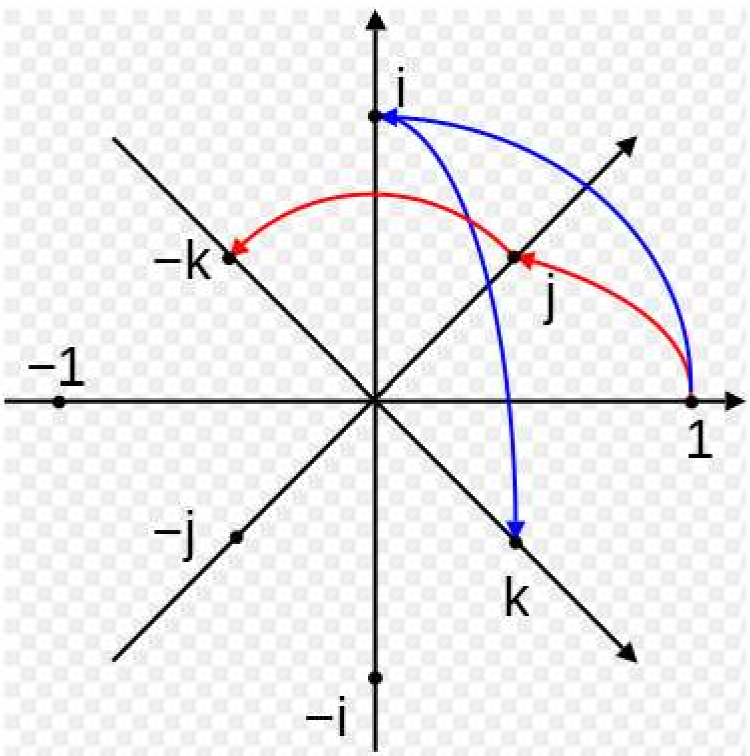
[a, [b, [c, [d]]]] $\quad$ [a, [b, [c, [d]]]]$^{-1}$ = [[[[d], [c, [b, [a]

[b, [a, [c, [d]]]] $\quad$ [b, [a, [c, [d]]]]$^{-1}$ = [[[[d], [c, [a, [b]

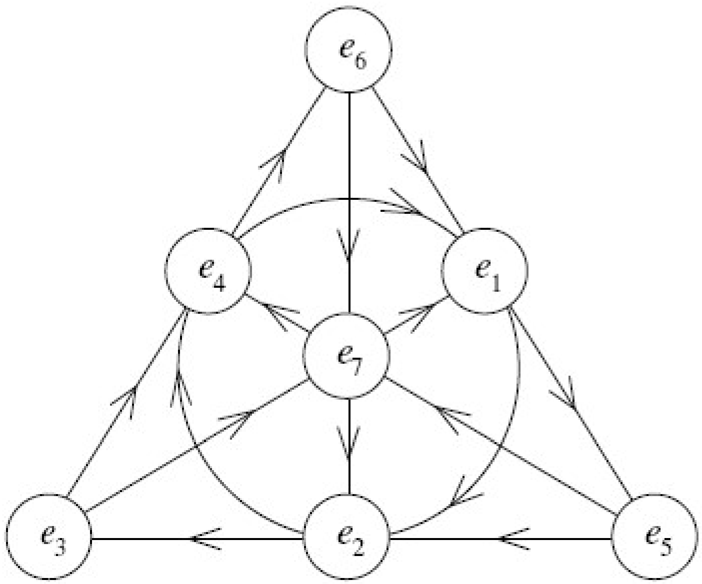
[c, [a, [b, [d]]]] $\quad$ [c, [a, [b, [d]]]]$^{-1}$ = [[[[d], [b, [a, [c]

[d, [a, [b, [c]]]] $\quad$ [d, [a, [b, [c]]]]$^{-1}$ = [[[[c], [b, [a, [d].

Quaternionäre Zeichenzahlen und ihre Konjugierten liegen somit paarweise auf den jeweils gleichen Achsen des folgenden, Wikipedia entnommenen, Koordinatensystems.



3. Zur Konstruktion der Cayleyschen Oktonionen (vgl. Ebbinghaus 1992, S. 205 ff.), die als Paare von Quaternionen definierbar sind und zu deren Darstellung man die Fano-Ebene verwenden kann (vgl. Baez 2002)



können wir somit das folgende semiotische Octupel sowie ihre konversen Relationen benutzen.

[a, [b, [c, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [c, [b, [a]
[b, [a, [c, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [c, [a, [b]
[c, [b, [a, [d, [e, [f, [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [f, [e, [d, [a, [b, [c]
[d, [b, [c, [a, [e, [f, [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [f, [e, [a, [c, [b, [d]
[e, [b, [c, [d, [a, [f, [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [f, [a, [d, [c, [b, [e]
[f, [b, [c, [d, [e, [a [g, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [g, [a, [e, [d, [c, [b, [f]
[g, [b, [c, [d, [e, [f, [a, [h]]]]]]]]	[[[[[[[h], [a, [f, [e, [d, [c, [b, [g]
[h, [b, [c, [d, [e, [f, [g, [a]]]]]]]]	[[[[[[[a], [g, [f, [e, [d, [c, [b, [h].

Bibliographie

Baez, John C., The Octonions. In: Bulletin of the American Mathematical Society 39, 2002, S. 145-205

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Dyadenpaare als bikomplexe Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b
Toth, Alfred, Kann es konjugierte Zeichenzahlen geben? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Abbildungen komplexer Zeichenzahlen

1. Im Anschluß an Toth (2014a) gehen wir aus von der algebraischen Struktur komplexer Zeichenzahlen

Z = (<a.b>, ×, *)

mit a, b ∈ {1, 2, 3},

darin <a.b> die allgemeine Form der benseschen semiotischen Subrelationen, × die bensesche Dualrelation und * die in Toth (2014b) eingeführte Operation der Einbettungsreflexion darstellt. Wir können dann wie folgt ein komplexes semiotisches Zahlenfeld konstruieren.

-z = -a + bi			z = a + bi		
[[1], 1]	[[2], 1]	[[3], 1]	[1, [1]]	[2, [1]]	[3, [1]]
[[1], 2]	[[2], 2]	[[3], 2]	[1, [2]]	[2, [2]]	[3, [2]]
[[1], 3]	[[2], 3]	[[3], 3]	[1, [3]]	[2, [2]]	[3, [3]]
-$\bar{z}$ = -a – bi			$\bar{z}$ = a – bi		
[1, [1]]	[1, [2]]	[1, [3]]	[[1], 1]	[[1], 2]	[[1], 3]
[2, [1]]	[2, [2]]	[2, [3]]	[[2], 2]	[[2], 2]	[[2], 3]
[3, [1]]	[3, [2]]	[3, [3]]	[[3], 1]	[[2], 2]	[[3], 3].

2. Wir können also genau 6 Abbildungen komplexer Zeichenzahlen unterscheiden.

2.1. [x, [y]] → [[y], x] ≅ [z = a + bi] → [$\bar{z}$ = a – bi]

2.2. [x, [y]] → [[x], y] ≅ [z = a + bi] → [-z = -a + bi]

2.3. [x, [y]] → [y, [x]] ≅ [z = a + bi] →[-$\bar{z}$ = -a – bi]

2.4. $[[y], x] \rightarrow [[x], y] \quad \cong \quad [\bar{z} = a - bi] \rightarrow [-z = -a + bi]$

2.5. $[[y], x] \rightarrow [y, [x]] \quad \cong \quad [\bar{z} = a - bi] \rightarrow [-\bar{z} = -a - bi]$

2.6. $[[x], y] \rightarrow [y, [x]] \quad \cong \quad [-z = -a + bi] \rightarrow [-\bar{z} = -a - bi]$

Bedient man sich zur Darstellung dieser Abbildungen der semiotischen Basisoperationen $\times$ und *, dann haben wir

2.1. $[x, [y]] \rightarrow [[y], x] \quad = \quad \times[x, [y]]$

2.2. $[x, [y]] \rightarrow [[x], y] \quad = \quad *[x, [y]]$

2.3. $[x, [y]] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad \times*[x, [y]]$

2.4. $[[y], x] \rightarrow [[x], y] \quad = \quad \times*[x, [y]]$

2.5. $[[y], x] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad *[x, [y]]$

2.6. $[[x], y] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad \times[x, [y]]$,

d.h. wir bekommen drei Paare von operational gleichen Abbildungen

2.1. $[x, [y]] \rightarrow [[y], x] \quad = \quad \times[x, [y]]$

2.6. $[[x], y] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad \times[x, [y]]$

2.2. $[x, [y]] \rightarrow [[x], y] \quad = \quad *[x, [y]]$

2.5. $[[y], x] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad *[x, [y]]$

2.3. $[x, [y]] \rightarrow [y, [x]] \quad = \quad \times*[x, [y]]$

2.4. $[[y], x] \rightarrow [[x], y] \quad = \quad \times*[x, [y]]$.

3. Verwendet man schließlich den in Toth (2013c) eingeführten Einbettungsoprator E, welcher reelle in komplexe Zeichenzahlen transformiert, haben wir

$E_x([x, y]) = [[x], y]$

$E_y([x, y]) = [x, [y]]$

$E_x([y, x]) = [y, [x]]$

$E_y([x, y]) = [x, [y]]$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Reelle und imaginäre ontische Strukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

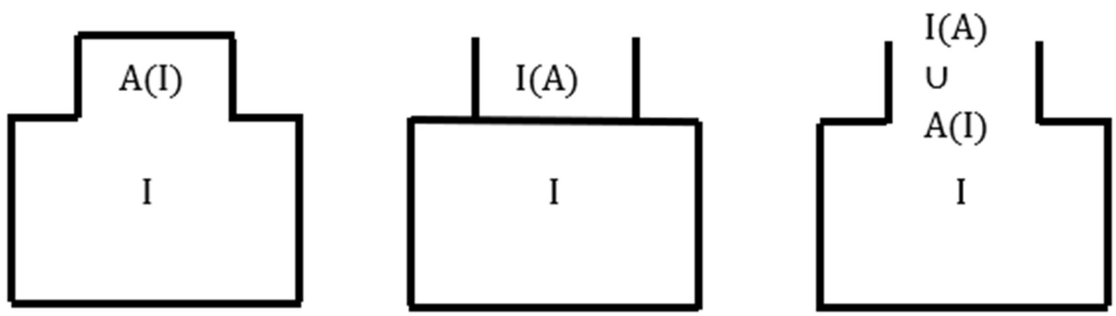
Toth, Alfred, Dualisation und Einbettungsreflexion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

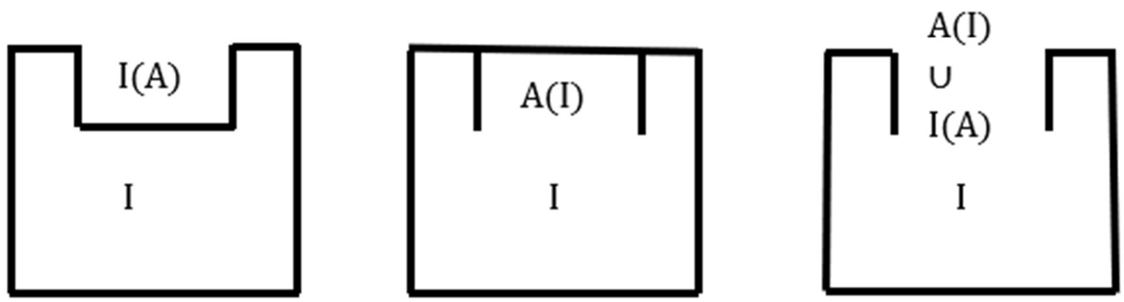
Komplexe ontische Räume

Aus den in Toth (2014a) eingeführten ontischen Strukturen

1.1. $\bar{z} = a - bi$ 1.2. $-\bar{z} = -a - bi$ 1.3. $-\bar{z} \cup z$

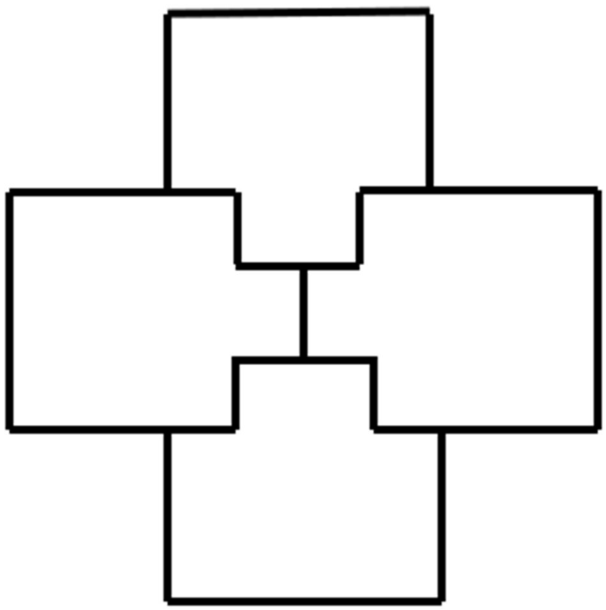


1.4. $-z = -a + bi$ 1.5. $z = a + bi$ 1.6. $z \cup -\bar{z}$

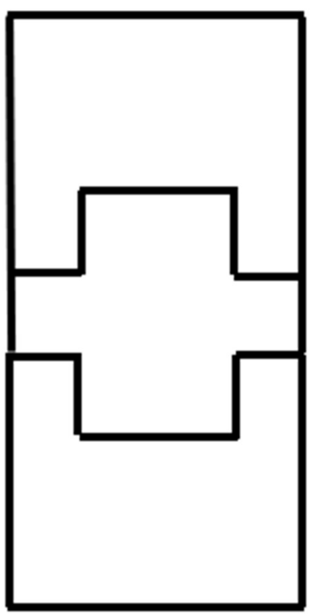


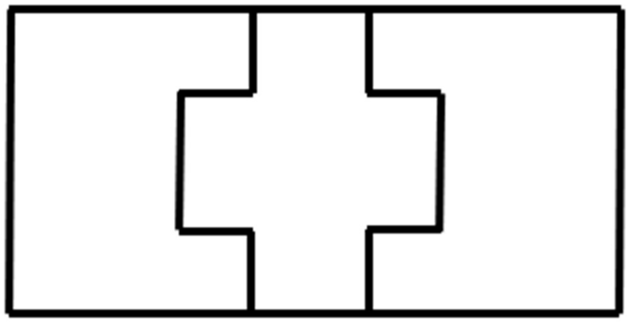
kann man interessante komplexe Räume konstruieren. Da nach Toth (2014b) die Kommutativität der Vereinigung für diese qualitativen ontischen Operationen nicht gilt, haben die im folgenden präsentierten Beispiele nichts mit herkömmlichen, d.h. quantitativen topologischen Räumen zu tun.

2.1. $S_1 = [\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3, \bar{z}_4]$

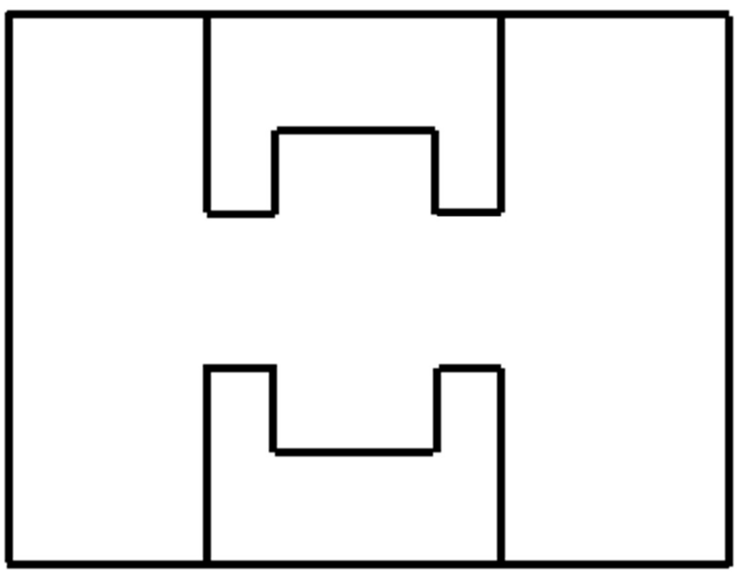


2.2. $S_2 = [-z_1, -z_2]$





2.3. $S_3 = [-z_1, -z_2, -z_3, -z_4]$



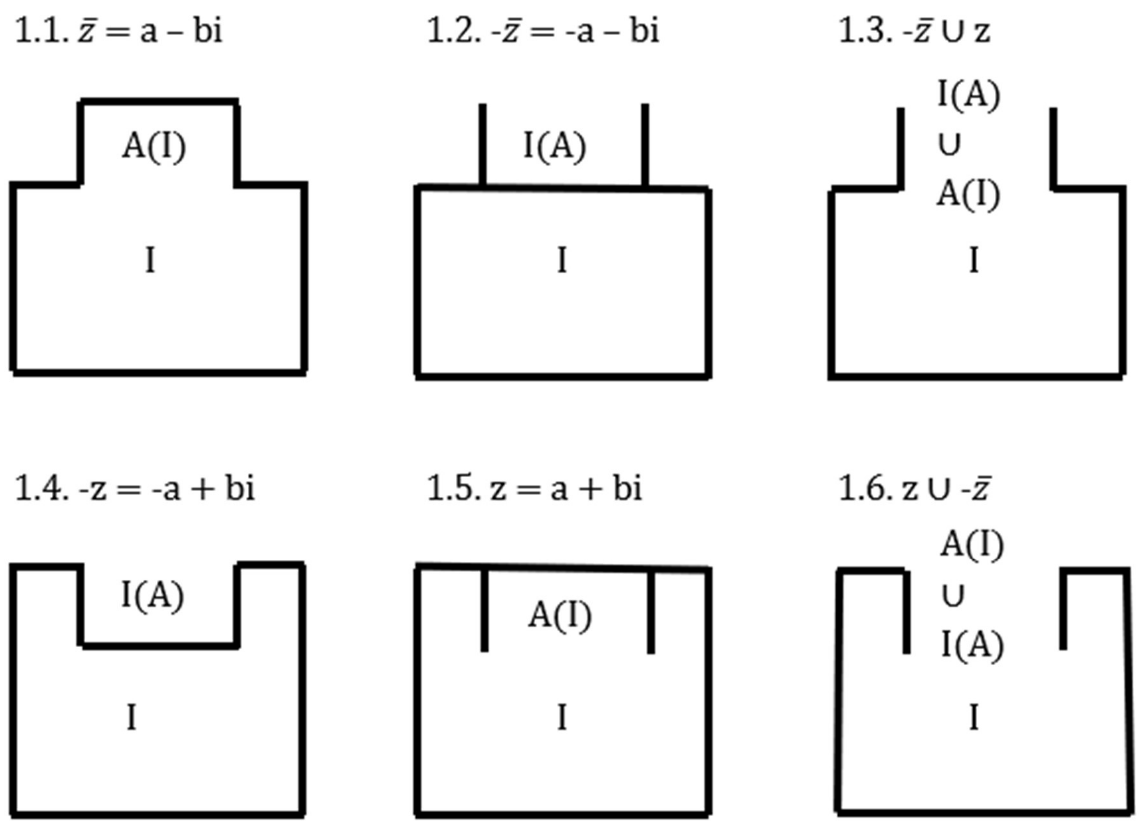
Bibliographie

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von komplexen Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Komplexe ontische Mengenoperationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

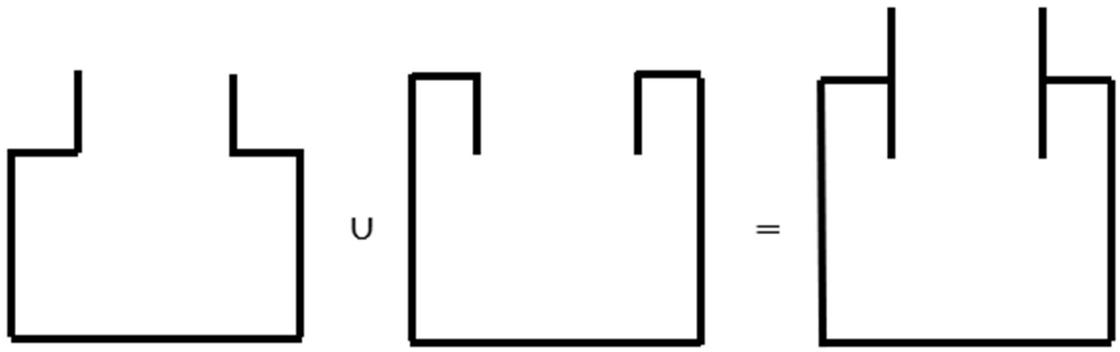
Konstruktionen randtransgressiver komplexer ontischer Räume

1. Mittels den in Toth (2014a) eingeführten sechs Haupttypen komplexer ontischer Räume

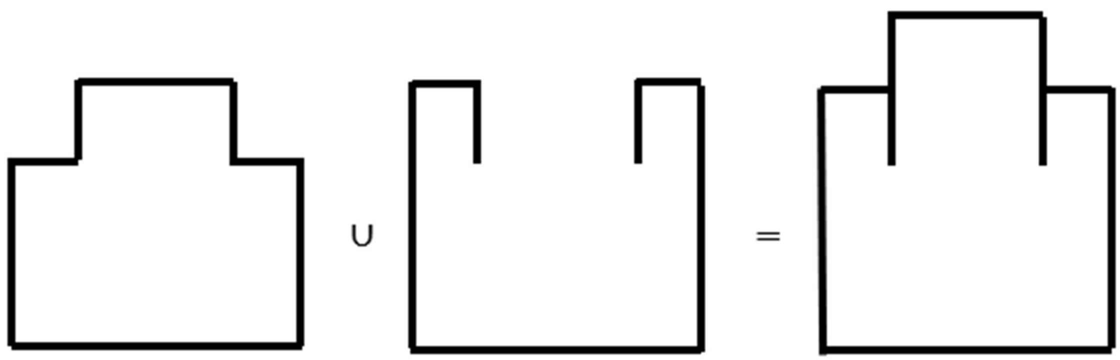


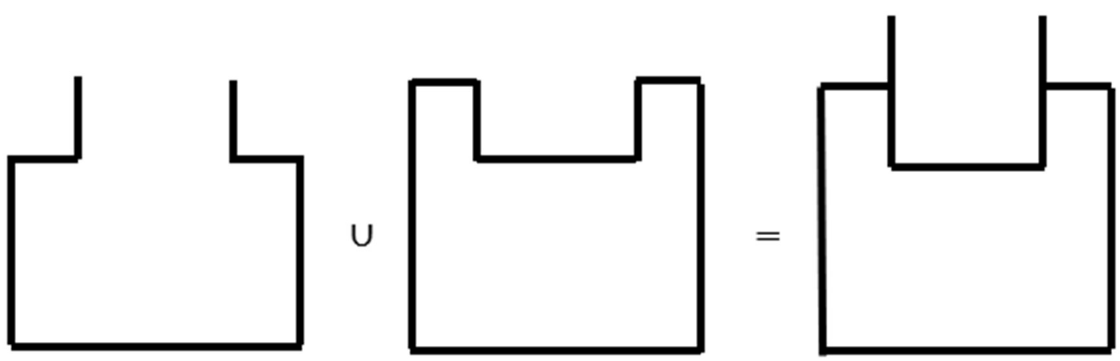
kann man, wiederum durch Vereinigungsoperation (vgl. zuletzt Toth 2014b), randtransgressive Räume konstruieren. Diese sind können topologisch offen oder halboffen, jedoch nicht abgeschlossen sein, da abgeschlossene Räume ontisch gesehen nur mit Hilfe von reellen Zeichenzahlen beschreibbar sind. Wir haben aber damit dennoch zum ersten Mal innerhalb der Ontik die Möglichkeit, komplexe topologische Räume hinsichtlich objekttheoretischer Offenheit, Halboffenheit und Abgeschlossenheit zu betrachten.

2.1. Offene randtransgressive Räume

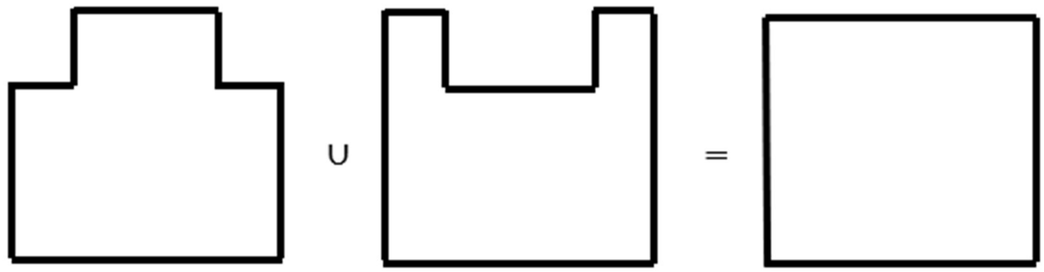


2.2. Halboffene randtransgressive Räume





2.3. Abgeschlossene Räume sind dagegen ontisch reell und deswegen in Sonderheit nicht randtransgressiv, vgl. z.B.



Bibliographie

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von komplexen Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Komplexe ontische Mengenoperationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Zur ontisch-semiotischen Äquivalenz komplexer Zeichenzahlen

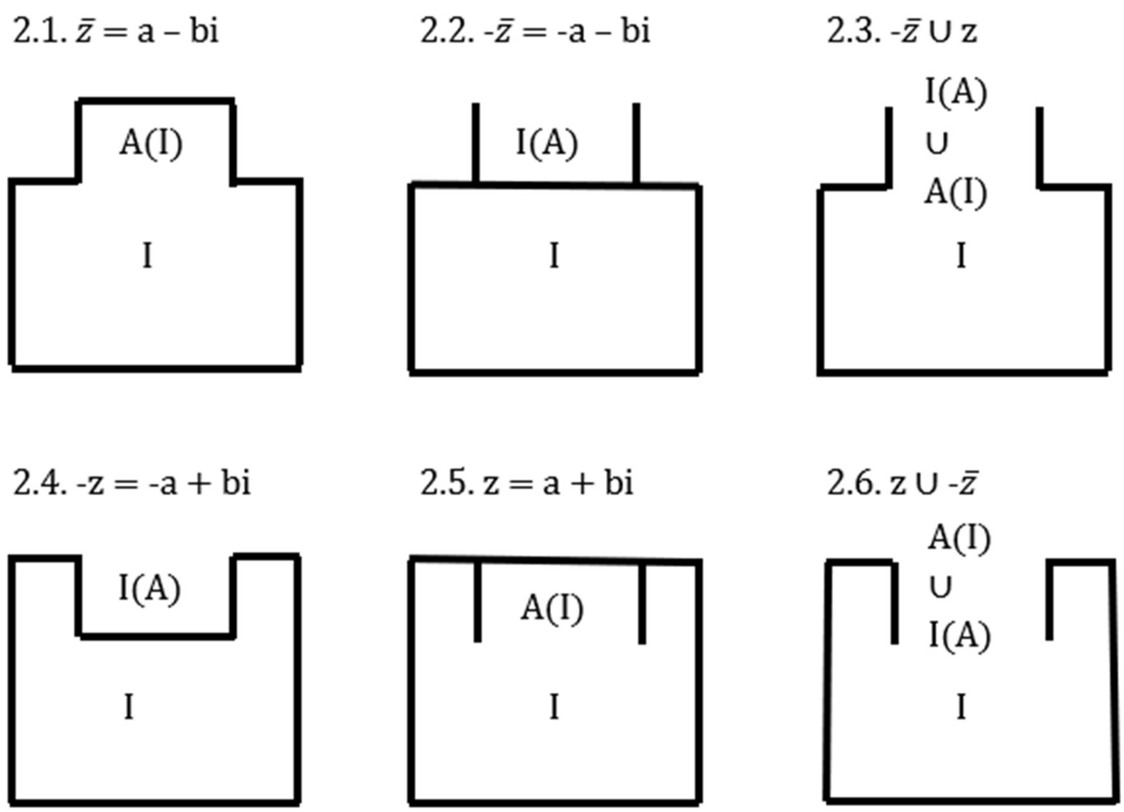
1. Der in Toth (2014) definierte Satz der ontisch-semiotischen Äquivalenz besagt, vereinfacht ausgdrückt, daß wir die folgenden Entsprechungen zwischen ontischen Lagerelationen und semiotischen Objektbezügen haben

Exessivität ≅ (2.1)

Adessivität ≅ (2.2)

Inessivität ≅ (2.3).

2. Nun hatten wir in Toth (2015) die folgenden Grundtypen komplexer Zeichenzahlen-Strukturen definiert.



Lagetheoretisch kann man die sechs Typen wie folgt charakterisieren:

2.1. Umgebungadessiv und systemexessiv.

2.2. Umgebungsexessiv.

2.3. System- und Umgebungsexessiv sowie umgebungadessiv.

2.4. Umgebungexessiv und systemadessiv.

2.5. Systemexessiv.

2.6. System- und Umgebungsexessiv sowie systemadessiv.

Vermöge des Satzes von der ontisch-semiotischen Äquivalenz bekommen wir also die folgenden Teiläquivalenzen zwischen komplexen Zeichenzahlen und semiotischen Objektbezügen

2.1. ($\bar{z}$ = a – bi) ≅ (2.2., 2.1)

2.2. (-$\bar{z}$ = -a – bi) ≅ (2.1)

2.3. (-$\bar{z}$ ∪ z) ≅ ((2.1, 2.2), 2.2)

2.4. (-z = -a + bi) ≅ (2.1, 2.2)

2.5. (z = a + bi) ≅ (2.1)

2.6. (z ∪ -$\bar{z}$) ≅ (((2.1, 2.2), 2.2).

Nun sind allerdings die Strukturtypen 2.3. und 2.6. gegenüber allen übrigen ontisch offen und werden somit semiotisch durch rhematische Interpretantenbezüge repräsentiert, während die Typen 2.1, 2.2, 2.4. und 2.5. ontisch halboffen sind und semiotisch durch dicentische Interpretantenbezüge repräsentiert werden, d.h. wir bekommen

2.1. ($\bar{z}$ = a – bi) ≅ (3.2, (2.2., 2.1))

2.2. (-$\bar{z}$ = -a – bi) ≅ (3.2, (2.1))

2.3. (-$\bar{z}$ ∪ z) ≅ (3.1, ((2.1, 2.2), 2.2))

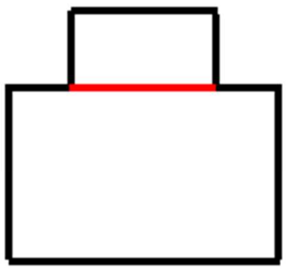
2.4. (-z = -a + bi) ≅ (3.2, (2.1, 2.2))

2.5. (z = a + bi) ≅ (3.2, (2.1))

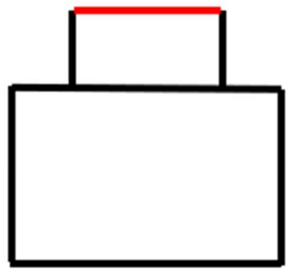
2.6. (z ∪ -$\bar{z}$) ≅ (3.1, ((2.1, 2.2), 2.2)).

3. Durch ontischen Abschluß der sechs komplexen Haupttypen erhält man natürlich per definitionem reelle ontische Strukturen. Dabei ergeben sich indessen einige Überraschungen.

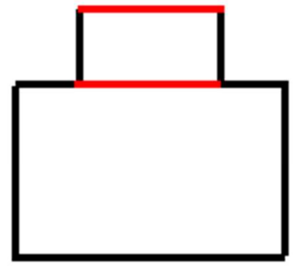
3.1.



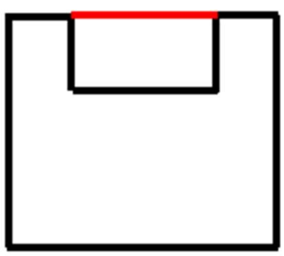
3.2.



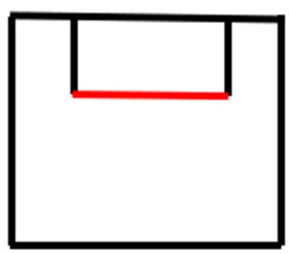
3.3.



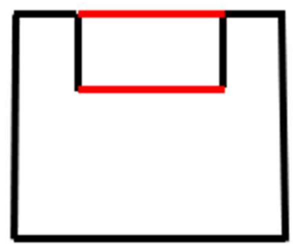
3.4.



3.5.



3.6.



Da nämlich die Typen 3.3. und 3.6. zwei Abschlüße benötigen, damit sie zu ontisch reellen Strukturen werden, fallen sie bei einfachem Abschluß entweder mit den Typen 3.1, 3.2, 3.4. oder 3.5. zusammen, d.h. einfacher Abschluß bedeutet nicht Elimination der Imaginarität der Zeichenzahl, sondern Transformation zwischen den vier Arten komplexer Zeichenzahlen entsprechend den vier Quadranten der gaußschen Zahlenebene. Ferner folgt aus dem Satz von der ontisch-semiotischen Äquivalenz, daß die Transformation komplexer in reelle ontische Strukturen den folgenden Transformationen äquivalent ist.

τ_{o1}: $(\bar{z} = a - bi) \rightarrow n \quad \cong \quad \tau_{s1}$: (3.2, (2.2., 2.1)) → (3.3)

τ_{o2}: $(-\bar{z} = -a - bi) \rightarrow n \quad \cong \quad \tau_{s2}$: (3.2, (2.1)) → (3.3)

τ_{o3}: $(-\bar{z} \cup z) \rightarrow n \cong \tau_{s3}$: $(3.1, ((2.1, 2.2), 2.2)) \rightarrow (3.3)$

τ_{o4}: $(-z = -a + bi) \rightarrow n \cong \tau_{s4}$: $(3.2, (2.1, 2.2)) \rightarrow (3.3)$

τ_{o5}: $(z = a + bi) \rightarrow n \cong \tau_{s5}$: $(3.2, (2.1)) \rightarrow (3.3)$

τ_{o6}: $(z \cup -\bar{z}) \rightarrow n \cong \tau_{s6}$: $(3.1, ((2.1, 2.2), 2.2)) \rightarrow (3.3)$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von komplexen Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Ontotopologie

1. Aus unseren vier Studien zur Exessivität des Zeichens (vgl. Toth 2013/ 2014a) geht hervor, daß vermöge des Satzes von der ontisch-semiotischen Äquivalenz die Teilisomorphien

(.1.) ≅ Exessivität

(.2.) ≅ Adessivität

(.3.) ≅ Inessivität

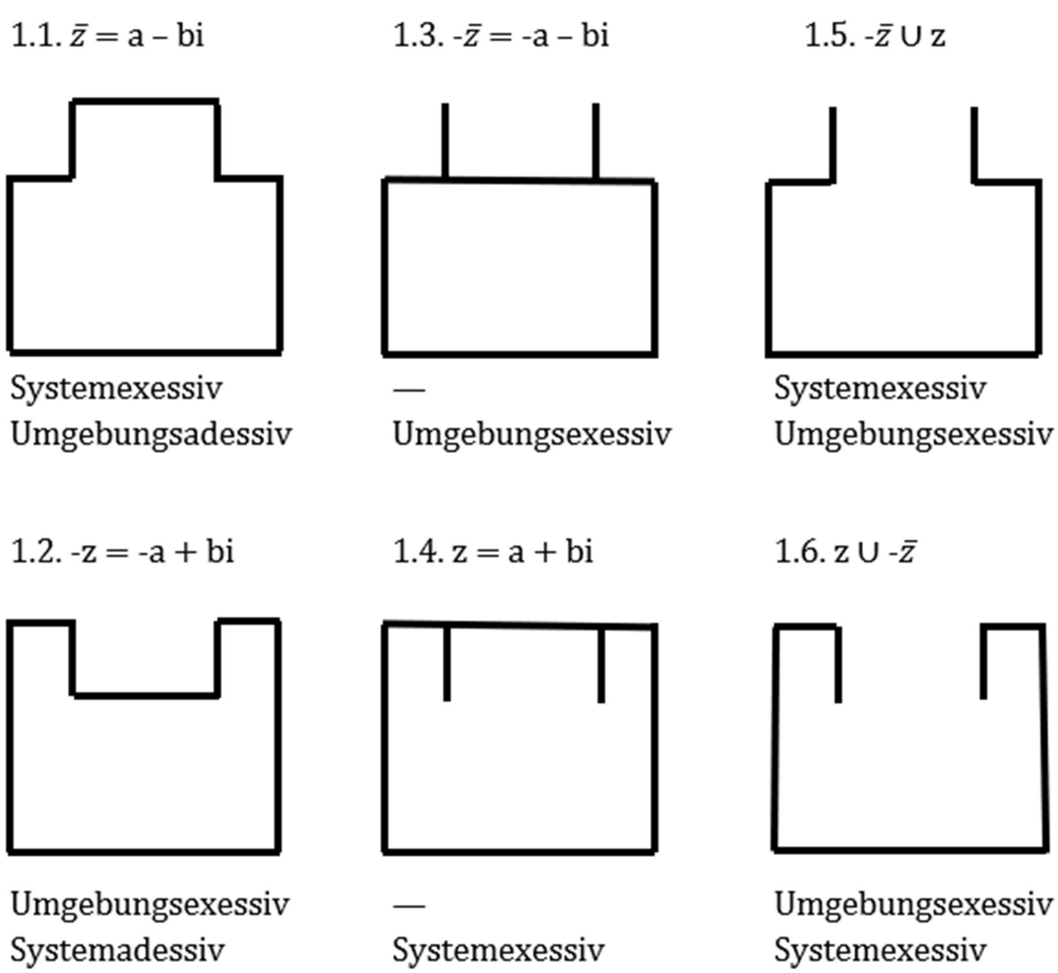
gelten und daß man daher die von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführte semiotische Matrix der Subzeichen

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

vermöge der ontisch-semantischen Isomorphie bijektiv auf eine ontisch-lagetheoretische Matrix abbilden kann

	ex	ad	in
ex	exex	exad	exin
ad	adex	adad	adin
in	inex	inad	inin.

2. Nun hatten wir in Toth (2014b) die sechs Grundtypen komplexer Zeichenzahlen (vgl. Toth 2014c) mit Hilfe der folgenden topologischen Räume dargestellt.



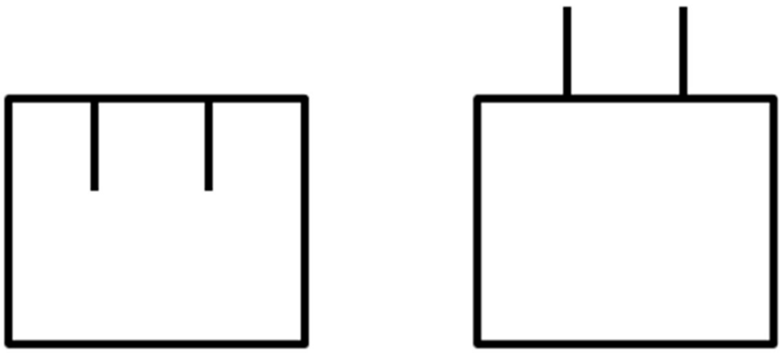
Zur Inessivität, die weder durch diese sechs Grundtypen erfaßt ist noch aus ihnen konstruierbar ist, vgl. Toth (2014d).

3. Wie im folgenden gezeigt wird, ermöglicht uns allerdings die Anwendung des ontisch-semiotischen Äquivalenzprinzips auf die topologische Definition komplexer Zeichenzahlen eine bijektive Abbildung aller 9 Subzeichen der semiotischen Matrix auf ontisch-topologische Räume. Das Ergebnis ist die Grundlage einer neuen, weiteren Teiltheorie der allgemeinen Objekttheorie (Ontik), die wir Ontotopologie nennen. Wie üblich, werden im folgenden als Abkürzung S

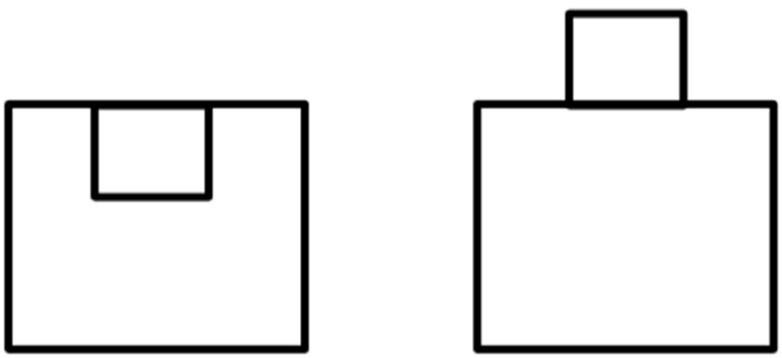
und U für System und Umgebung und ex, ad, in für die drei Lagerelationen der Exessivität, Adessivität und Inessivität verwandt.

3.1. Ontisch-semiotische Isomorphie der Primzeichen

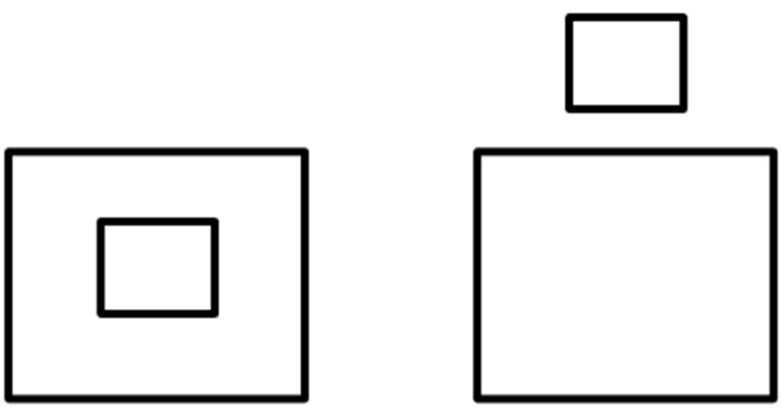
3.1.1. S(ex) ≠ U(ex) ≅ <.1.>



3.1.2. S(ad) ≠ U(ad) ≅ <.2.>

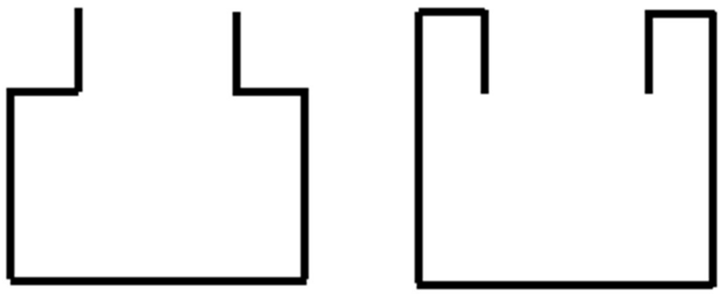


3.1.3. S(in) ≠ U(in) ≅ <.3.>



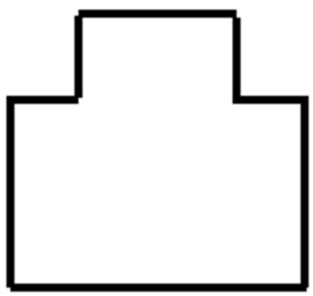
3.2. Ontisch-semiotische Isomorphie der Subzeichen

3.2.1. [S(ex), U(ex)] ≅ <1.1>

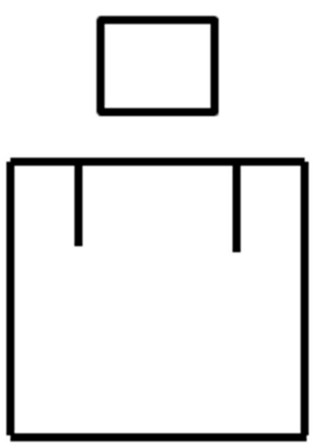


Einzig für diesen Fall ergeben sich zwei ontotopologische Räume.

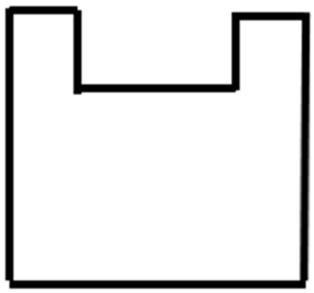
3.2.2. [S(ex), U(ad)] ≅ <1.2>



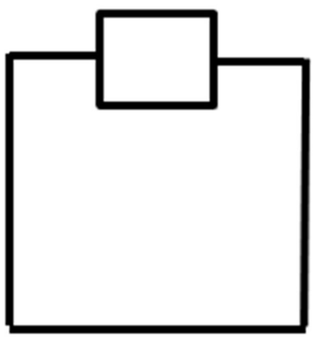
3.2.3. [S(ex), U(in)] ≅ <1.3>



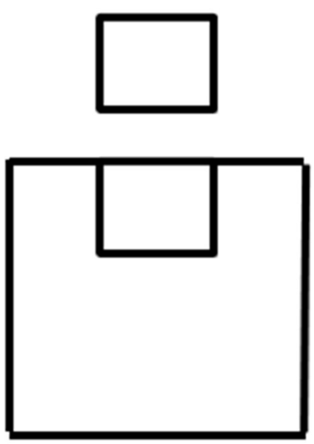
3.2.4. [S(ad), U(ex)] ≅ <2.1>



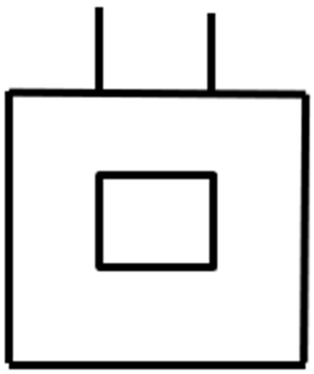
3.2.5. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>



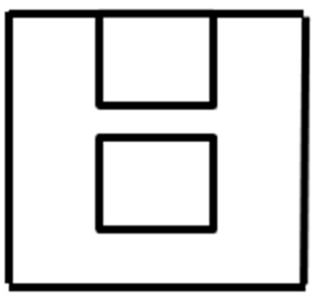
3.2.6. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



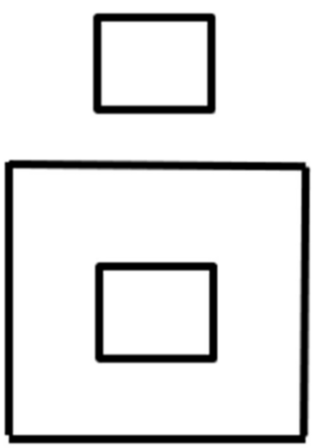
3.2.7. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



3.2.8. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



3.2.9. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>



Damit läßt sich nun das ganze peirce-bensesche Dualitätssystem der zehn Zeichenthematiken und ihrer dual koordinierten zehn Realitätsthematiken nicht nur mit Hilfe von lagetheoretischen Relationen, sondern auch mit Hilfe von ontotopologischen Räumen darstellen. Wir sind also nach einer langen Reihe von Vorarbeiten endlich am Ziel angelangt, daß die Ontik vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie mit der gleichen mathematischen Stringenz darstellbar ist, wie dies bisher nur für die Semiotik der Fall war.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013/2014a

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von komplexen Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Komplexe Inessivität I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I

1. Da das Zeichen systemtheoretisch gemäß Toth (2014a) aufgrund des Satzes von der ontisch-semiotischen Isomorphie wie folgt definierbar ist

S(ex) = <1.z> U(ex) = <z.1>

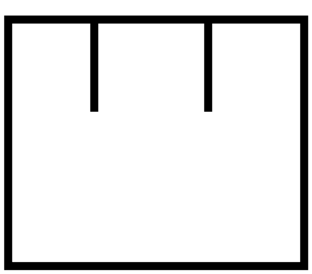
S(ad) = <2.y> U(ad) = <y.2>

S(in) = <3.x> U(in) = <x.1>,

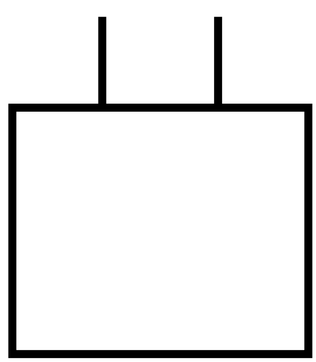
fungieren die neun Subzeichen der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix also in allen drei ontischen Lagerelationen, in Sonderheit also auch inessiv. Andererseits folgt aus Toth (2014b), daß inessive Objekte nicht komplex sein können, oder anders gesagt: die komplexe Ontik erfüllt lediglich die Lagerelationen der Exessivität und der Adessivität. Dies bedeutet natürlich, daß eine komplexe Arithmetik der in Toth (2014c) eingeführten Zeichenzahlen nicht jedem ontotopologischen Raum (vgl. Toth 2014d, e) bijektiv eine komplexe Zahl abbilden kann, sondern daß in den meisten Fällen Zahlen abgebildet werden müssen, die aus reellen und komplexen Anteilen oder sogar nur aus reellen bestehen.

2.1. Ontisch-semiotische Isomorphie der Primzeichen

2.1.1. S(ex) ≠ U(ex) ≅ <.1.>

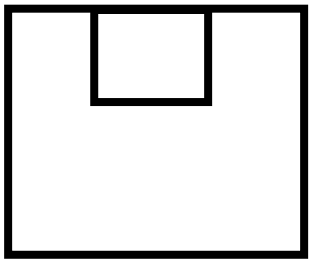


$z = a + bi$

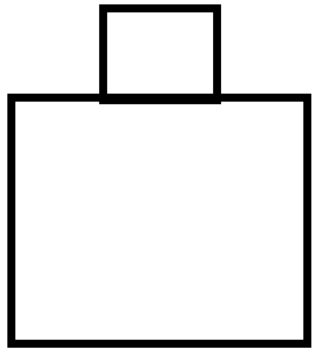


$-\bar{z} = -a - bi$

2.1.2. S(ad) ≠ U(ad) ≅ <.2.>

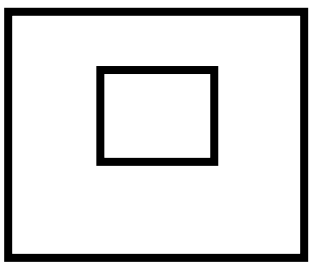


$n = (m \supset o) \cap o$

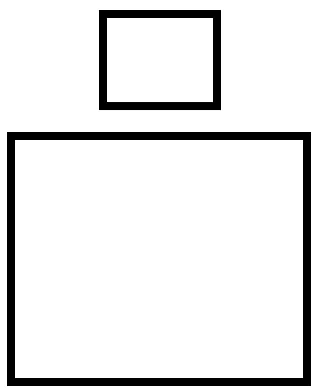


$n = (m \cup o) \cap o$

2.1.3. S(in) ≠ U(in) ≅ <.3.>



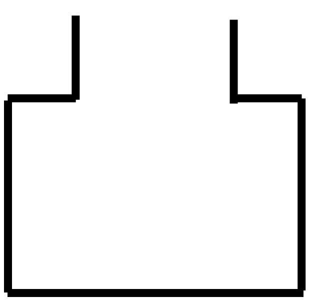
$n = (m \supset o)$



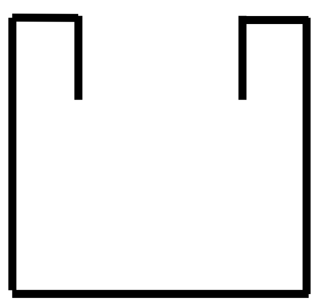
$n = m \cup o$

3.2. Ontisch-semiotische Isomorphie der Subzeichen

3.2.1. [S(ex), U(ex)] ≅ <1.1>



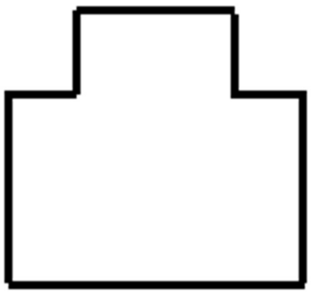
$-\bar{z} \cup z$



$z \cup -\bar{z}$

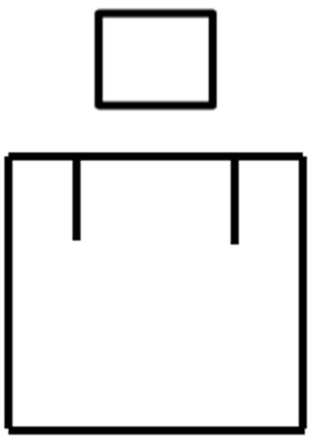
Einzig für diesen Fall ergeben sich zwei ontotopologische Räume.

3.2.2. [S(ex), U(ad)] ≅ <1.2>



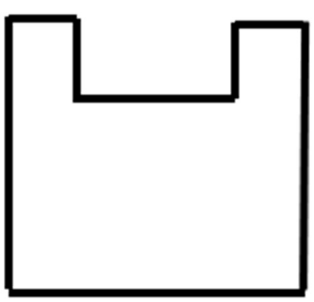
$\bar{z} = a - bi$

3.2.3. [S(ex), U(in)] ≅ <1.3>



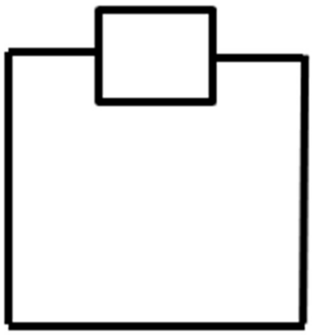
n = (z = a + bi) ∪ m

3.2.4. [S(ad), U(ex)] ≅ <2.1>



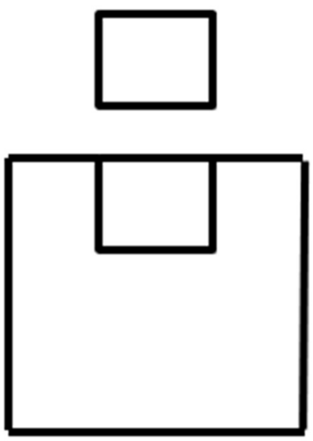
-z = -a + bi

3.2.5. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>



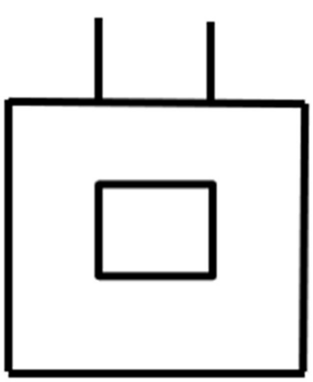
n = m ⊃ (m ∩ o)

3.2.6. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



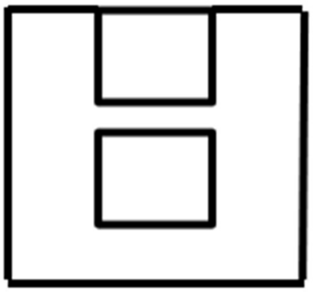
n = ((m ⊃ o) ∩ o) ∪ p

3.2.7. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



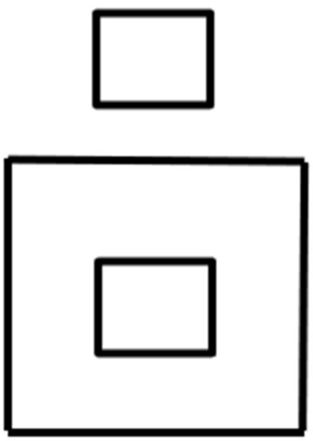
n = ((-$\bar{z}$ = -a – bi) ⊃ m)

3.2.8. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



$n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

3.2.9. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>



$n = (m \supset o) \cup p$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013-14a

Toth, Alfred, Komplexe Inessivität I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Primzeichen, Zeichenzahlen und Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Beispiele zur Einführung der Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen II

1. Nach den drei wichtigsten Vorarbeiten (vgl. Toth 2014a-c) sind wir nun imstande, Primzeichen, Subzeichen sowie die aus ihnen relational zusammengesetzten Zeichenthematiken und Realitätsthematiken rein arithmetisch zu definieren. Bemerkenswerterweise ist die reine Erstheit sowohl als Primzeichen als auch als Subzeichen ambig.

2.1. Primzeichen

$<.1.> =$ $z = a + bi$

$-\bar{z} = -a - bi$

$<.2.> =$ $n = (m \supset o) \cap o$

$n = (m \cup o) \cap o$

$<.3.> =$ $n = (m \supset o)$

$n = m \cup o$

3.2. Subzeichen

$<1.1> =$ $-\bar{z} \cup z$

$z \cup -\bar{z}$

$<1.2> =$ $\bar{z} = a - bi$

$<1.3> =$ $n = (z = a + bi) \cup m$

$<2.1> =$ $-z = -a + bi$

$<2.2> =$ $n = m \supset (m \cap o)$

$<2.3> =$ $n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$<3.1> =$ $n = ((-\bar{z} = -a - bi) \supset m)$

$<3.2> =$ $n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$<3.3> =$ $n = (m \supset o) \cup p$

3.3. Zeichen- und Realitätsthematiken

$\langle 3.1, 2.1, 1.1\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (-a + bi), (-\bar{z} \cup z))$

$\langle 3.1, 2.1, 1.1\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (-a + bi), (z \cup -\bar{z}))$

$\langle 3.1, 2.1, 1.2\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (-a + bi), (a - bi))$

$\langle 3.1, 2.1, 1.3\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (-a + bi), ((z = a + bi) \cup m))$

$\langle 3.1, 2.2, 1.2\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (m \supset (m \cap o)), (a - bi))$

$\langle 3.1, 2.2, 1.3\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (m \supset (m \cap o)), ((z = a + bi) \cup m))$

$\langle 3.1, 2.3, 1.3\rangle = (((-\bar{z} = -a - bi) \supset m), (((m \supset o) \cap o) \cup p), ((z = a + bi) \cup m))$

$\langle 3.2, 2.2, 1.2\rangle = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (m \supset (m \cap o)), (a - bi))$

$\langle 3.2, 2.2, 1.3\rangle = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (m \supset (m \cap o)), ((z = a + bi) \cup m))$

$\langle 3.2, 2.3, 1.3\rangle = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (((m \supset o) \cap o) \cup p), ((z = a + bi) \cup m))$

$\langle 3.3, 2.3, 1.3\rangle = (((m \supset o) \cup p), (((m \supset o) \cap o) \cup p), ((z = a + bi) \cup m))$

Bibliographie

Toth, Alfred, Primzeichen, Zeichenzahlen und Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zeichenzahlen als imaginäre Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen III

1. In Teil II dieser Studie (vgl. Toth 2014a) hatten wir die Subzeichen der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix wie folgt mit Hilfe von Zeichenzahlen definiert

$<1.1> = \quad -\bar{z} \cup z$

$\qquad\qquad z \cup -\bar{z}$

$<1.2> = \quad \bar{z} = a - bi$

$<1.3> = \quad n = (z = a + bi) \cup m$

$<2.1> = \quad -z = -a + bi$

$<2.2> = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$<2.3> = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$<3.1> = \quad n = ((-\bar{z} = -a - bi) \supset m)$

$<3.2> = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$<3.3> = \quad n = (m \supset o) \cup p.$

2. Wie man leicht feststellen kann, ist jedoch nur ein Teil dieser Subzeichen arithmetisch komplex, und demnach ist ein anderer Teil arithmetisch reell. Ferner gibt es Subzeichen, die sowohl reelle als auch komplexe Zahlenanteile enthalten. In der folgenden Matrix sind rein komplex definierte Subzeichen schwarz und rein reell definierte rot unterstrichen.

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Demnach nimmt auch unter den Zeichenzahlen die Nebendiagonale dieser Matrix, deren rein semiotische Eigenschaften bekanntlich durch Bense (1992) unter dem Begriff der "Eigenrealität" bestimmt worden waren, eine Sonderstellung ein, insofern der rein reelle Index (2.2) zwischen dem sowohl komplexen als auch reellen Rhema (3.1) und Legizeichen (1.3) vermittelt. Noch auffälliger ist allerdings, daß diese Vermittlungseigenschaft reeller und komplexer Zeichenzahlanteile nicht für die Hauptdiagonale gilt, denn diese ist sogar asymmetrisch in Bezug auf die Verteilung reeller und komplexer Zeichenzahlanteile. Am auffälligsten ist jedoch, daß an rein komplexen Zeichenzahlen lediglich die beiden Subzeichen mit geringster Semiotizität und daher größter Ontizität (vgl. Bense 1976, S. 60) sowie ihre Dualen auftreten

$\times(1.1) = (1.1)$

$\times(1.2) = (2.1)$.

Diese bilden jedoch nicht die dyadische Teilmatrix der triadischen semiotischen Matrix, da der Index fehlt, der erstaunlicherweise rein reell definiert ist. Vielmehr handelt es sich, wie die Doppelbelegungen (1.3) und (3.1) beweisen, um eine Teilmatrix der triadischen Matrix, welche die Erstheit enthält. Wir bekommen damit den folgenden

SATZ. Komplexe Zeichenzahlen sind genau diejenigen, welche die semiotische Erstheit enthalten.

Der Grund hierfür ist unmittelbar einsichtig: Die Erstheit als dasjenige Primzeichen, das die Relation des als Zeichenträger fungierenden Mittels darstellt, leistet die Verankerung des Zeichens in der Welt der Objekte, deshalb taucht auch in Peirces Schriften statt des "Mediums" öfters der Begriff des "Repräsentamens" nicht nur für die vollständige

Zeichenrelationen, sondern auch für dessen Teilrelation des Mittelbezugs auf. Dieser kann also als Schaltstelle der Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt bestimmt werden und begründet die in Toth (2014b) dargelegte Exessivität des Zeichens gegenüber der Inessivität des Objektes und der Adessivität beider, die durch die Metaobjektivation bewerkstelligt wird, welche die Referenz des Zeichens auf das von ihm bezeichnete Objekte begründet.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen IV

1. Zur Rekapitulation seien die arithmetischen Definitionen der Subzeichen der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix wiedergegeben (vgl. Toth 2014).

$\langle 1.1 \rangle = \quad -\bar{z} \cup z$

$\qquad\qquad\quad z \cup -\bar{z}$

$\langle 1.2 \rangle = \quad \bar{z}$

$\langle 1.3 \rangle = \quad n = z \cup m$

$\langle 2.1 \rangle = \quad -z$

$\langle 2.2 \rangle = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$\langle 2.3 \rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$\langle 3.1 \rangle = \quad n = (-\bar{z} \supset m)$

$\langle 3.2 \rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$\langle 3.3 \rangle = \quad n = (m \supset o) \cup p$

Diese rellen, komplexen und reell-komplexen bzw. komplex-reellen Zeichenzahlen, die man mittels der folgenden Matrixdarstellung übersichtlich zusammenstellen kann, worin komplexe Zeichenzahlen rot und reelle schwarz unterstrichen sind

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3,

kann man nun wie folgt mengentheoretisch bestimmen

$z, -z, \bar{z}, -\bar{z} \in \{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\}$

$m, n, o, p \in \{2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\}$,

Ambiguität ergibt sich, wie schon aus der obigen Matrix ersichtlich ist, wegen

$(z, -z, \bar{z}, -\bar{z}) \cap (m, n, o, p) = (1.3, 3.1)$,

vermöge des in Toth (2014, Teil III) formulierten Theorems

SATZ. Komplexe Zeichenzahlen sind genau diejenigen, welche die semiotische Erstheit enthalten.

2. Die beiden oben gegebenen mengentheoretischen Bestimmungen reeller und komplexer Zeichenzahlen kann man nun in die folgende Definition der zehn benseschen Zeichenklassen in Form von Zeichenzahlen einsetzen. Man beachte die Ambiguität des ersten semiotischen Dualsystems gegenüber der Nicht-Ambiguität aller übrigen Dualsysteme.

$<3.1, 2.1, 1.1> = ((-\bar{z} \supset m), -z, (-\bar{z} \cup z))$

$<3.1, 2.1, 1.1> = ((-\bar{z} \supset m), -z, (z \cup -\bar{z}))$

$<3.1, 2.1, 1.2> = ((-\bar{z} \supset m), -z, \bar{z})$

$<3.1, 2.1, 1.3> = ((-\bar{z} \supset m), -z, (z \cup m))$

$<3.1, 2.2, 1.2> = ((-\bar{z} \supset m), (m \supset (m \cap o)), \bar{z})$

$<3.1, 2.2, 1.3> = ((-\bar{z} \supset m), (m \supset (m \cap o)), (z \cup m))$

$<3.1, 2.3, 1.3> = ((-\bar{z} \supset m), (((m \supset o) \cap o) \cup p), (z \cup m))$

$<3.2, 2.2, 1.2> = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (m \supset (m \cap o)), \bar{z})$

$<3.2, 2.2, 1.3> = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (m \supset (m \cap o)), (z \cup m))$

$<3.2, 2.3, 1.3> = ((((m \supset o) \cap o) \supset p), (((m \supset o) \cap o) \cup p), (z \cup m))$

$<3.3, 2.3, 1.3> = (((m \supset o) \cup p), (((m \supset o) \cap o) \cup p), (z \cup m))$.

Durch Einsetzung erhält man also z.B. für die ersten drei semiotischen Dualsysteme die folgenden möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenzahlen-Relationen

$<3.1, 2.1, 1.1> = ((\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\} \supset \{2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\}),$
$\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\}, \{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\})$

$<3.1, 2.1, 1.1> = ((\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\} \supset \{2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\}),$
$\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\}, (\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\})$

$<3.1, 2.1, 1.2> = ((\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\} \supset \{2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\}),$
$\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\}, \{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\})$

$<3.1, 2.1, 1.3> = ((\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\} \supset \{2.2, 2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\}),$
$\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\}, (\{1.1, 1.2, 2.1, 1.3, 3.1\} \cup \{2.2,$
$2.3, 3.2, 3.3, 1.3, 3.1\})),$ usw.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen V

1. Die in den ersten vier Teilen dieser Studie (vgl. Toth 2015a) eingeführten ontisch-semiotisch-arithmetischen Zeichenzahlen können durch mengentheoretische Vereinigung zu erweiterten Zeichenzahlen kombiniert werden, wie sie z.B. bei den kürzlich behandelten Fällen von Transparenz (vgl. Toth 2015b) und Halboffenheit (vgl. Toth 2015c) auftreten.

$<1.1> = \quad -\bar{z} \cup z$

$\qquad\qquad z \cup -\bar{z}$

$<1.2> = \quad \bar{z}$

$<1.3> = \quad n = z \cup m$

$<2.1> = \quad -z$

$<2.2> = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$<2.3> = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$<3.1> = \quad n = (-\bar{z} \supset m)$

$<3.2> = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$<3.3> = \quad n = (m \supset o) \cup p$

2. Paare erweiterter Zeichenzahlen

$<1.1> \cup <1.2> = <<-\bar{z} \cup z>, \bar{z}> \mid << z \cup -\bar{z}>, \bar{z}>$

$<1.1> \cup <1.3> = <<-\bar{z} \cup z>, < z \cup m>>$

$<1.1> \cup <2.1> = <<-\bar{z} \cup z>, -z>$

$<1.1> \cup <2.2> = <<-\bar{z} \cup z>, < m \supset (m \cap o)>>$

$<1.1> \cup <2.3> = <<-\bar{z} \cup z>, <((m \supset o) \cap o) \cup p>>$

$<1.1> \cup <3.1> = <<-\bar{z} \cup z>, <-\bar{z} \supset m>>$

$<1.1> \cup <3.2> = <<-\bar{z} \cup z>, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<1.1> \cup <3.3> = <<-\bar{z} \cup z>,\ <(m \supset o) \cup p>>$

$<1.2> \cup <1.3> = < \bar{z}, < z \cup m>>$

$<1.2> \cup <2.1> = < \bar{z}, -z>$

$<1.2> \cup <2.2> = < \bar{z}, < m \supset (m \cap o)>>$

$<1.2> \cup <2.3> = < \bar{z}, <((m \supset o) \cap o) \cup p)>>$

$<1.2> \cup <3.1> = < \bar{z}, <(-\bar{z} \supset m)>>$

$<1.2> \cup <3.2> = < \bar{z}, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<1.2> \cup <3.3> = < \bar{z}, <(m \supset o) \cup p>>$

$<1.3> \cup <2.1> = <<z \cup m>,\ -z>$

$<1.3> \cup <2.2> = <<z \cup m>,\ < m \supset (m \cap o)>>$

$<1.3> \cup <2.3> = <<z \cup m>,\ <((m \supset o) \cap o) \cup p>>$

$<1.3> \cup <3.1> = <<z \cup m>,\ <-\bar{z} \supset m>>$

$<1.3> \cup <3.2> = <<z \cup m>,\ <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<1.3> \cup <3.3> = <<z \cup m>,\ <(m \supset o) \cup p>>$

$<2.1> \cup <2.2> = <-z,\ < m \supset (m \cap o)>>$

$<2.1> \cup <2.3> = <-z, <((m \supset o) \cap o) \cup p)>>$

$<2.1> \cup <3.1> = <-z, <-\bar{z} \supset m>>$

$<2.1> \cup <3.2> = <-z, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<2.1> \cup <3.3> = <-z, <((m \supset o) \cup p)>>$

$<2.2> \cup <2.3> = <<m \supset (m \cap o)>,\ <((m \supset o) \cap o) \cup p>>$

$<2.2> \cup <3.1> = <<m \supset (m \cap o)>, <-\bar{z} \supset m>>$

$<2.2> \cup <3.2> = <<m \supset (m \cap o)>, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<2.2> \cup <3.3> = <<m \supset (m \cap o)>, <(m \supset o) \cup p>>$

$<2.3> \cup <3.1> = <<((m \supset o) \cap o) \cup p>, <-\bar{z} \supset m>>$

$<2.3> \cup <3.2> = <<((m \supset o) \cap o) \cup p>, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<2.3> \cup <3.3> = <<((m \supset o) \cap o) \cup p>, <(m \supset o) \cup p>>$

$<3.1> \cup <3.2> = <<-\bar{z} \supset m>, <((m \supset o) \cap o) \supset p>>$

$<3.1> \cup <3.3> = <<-\bar{z} \supset m>, <((m \supset o) \cup p)>>$

$<3.2> \cup <3.3> = <<((m \supset o) \cap o) \supset p>, <((m \supset o) \cup p)>>$

Bibliographie

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen VI

1. Wie in den ersten fünf Teilen dieser Studie (vgl. Toth 2015) ausgeführt wurde, gibt es unter den 9 Zeichenzahlen

<1.1> = $-\bar{z} \cup z$

$z \cup -\bar{z}$

<1.2> = $\bar{z}$

<1.3> = $n = z \cup m$

<2.1> = $-z$

<2.2> = $n = m \supset (m \cap o)$

<2.3> = $n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

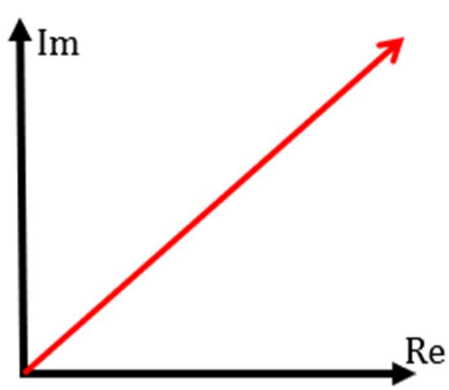
<3.1> = $n = (-\bar{z} \supset m)$

<3.2> = $n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

<3.3> = $n = (m \supset o) \cup p$

a) solche, die imaginäre Zahlenanteile enthalten, b) solche, die rein reelle Zahlenanteile enthalten, und c) solche, die sowohl imaginäre als auch reelle Zahlenanteile enthalten.

2. Im doppelt positiven Quadranten des komplexen Zahlenfeldes



gilt also Re = 0 genau für die Zeichenzahlen

<1.1>, <1.2>, <2.1>.

Im = 0 gilt genau für die Zeichenzahlen

<2.2>, <2.3>, <3.2>,

und Re = Im gilt genau für die in der folgenden Matrixdarstellung

$\underline{1.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{\underline{1.3}}$
$\underline{2.1}$	$\underline{2.2}$	$\underline{2.3}$
$\underline{\underline{3.1}}$	$\underline{3.2}$	$\underline{3.3}$

doppelt unterstrichenen Zeichenzahlen. Die drei Arten von Zeichenzahlen können daher durch die folgenden dimensionalen Kennzeichen bezeichnet werden.

Re: —

Im: |

Re, Im/Im, Re: /.

Bibliographie

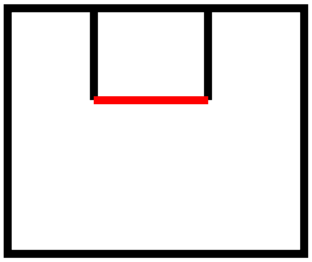
Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Ontotopologische Abschließung bei Zeichenzahlen

1. Bereits in Toth (2014a-d) wurde darauf hingewiesen, daß die Ontotopologie als zugleich quantitative und qualitative ontisch-mathematische Disziplin sich weder aus der mathematischen Topologie noch aus der logischen Mereotopologie konstruieren läßt. Der Grund hierfür ist die Nicht-Unabhängigkeit von topologischer Offenheit und Abgeschlossenheit, die in der Semiotik bekanntlich durch den Interpretantenbezug repräsentiert werden, von den ontischen Lagerelationen, welche in der Semiotik bekanntlich durch den Objektbezug repräsentiert werden. So sind etwa nur exessive Räume a priori komplex, während adessive und inessive Räume sowohl komplex als auch reell sein können. Aus diesem Grunde ist es nur in bestimmten Fällen möglich, durch topologische Abschließung exessiver ontischer Räume diese in reelle Räume zu verwandeln. Vielmehr bewirkt Abschließung vermöge der ontisch-semiotischen Isomorphie die Transformation zwischen Kombinationen aus reellen und komplexen ontischen Räumen und daher auch zwischen den ihnen isomorphen Zeichenzahlen.

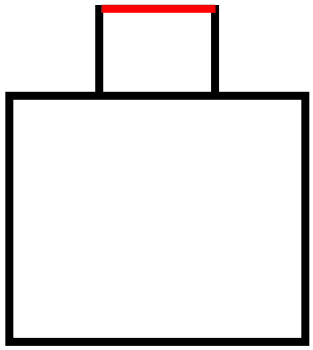
2.1. Ontisch-semiotische Isomorphie der Primzeichen

2.1.1. $S(ex) \neq U(ex) \cong$ <.1.>



$z = a + bi$

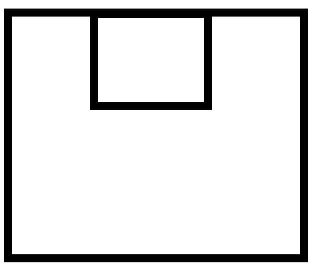
$\rightarrow n = (m \supset o) \cap o$



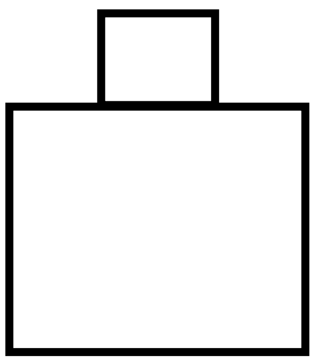
$-\bar{z} = -a - bi$

$\rightarrow n = (m \cup o) \cap o$

2.1.2. $S(ad) \neq U(ad) \cong$ <.2.>

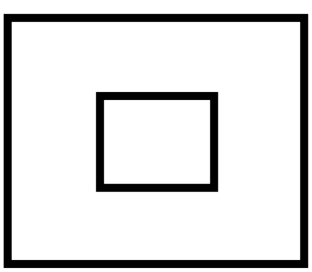


$n = (m \supset o) \cap o$

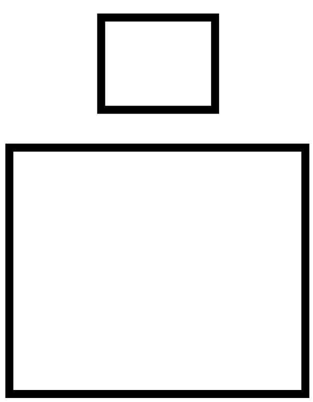


$n = (m \cup o) \cap o$

2.1.3. $S(in) \neq U(in) \cong$ <.3.>

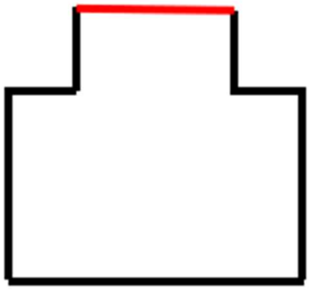


$n = (m \supset o)$



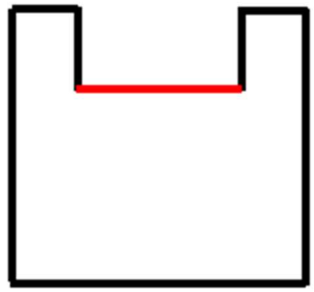
$n = m \cup o$

3.2.1. [S(ex), U(ex)] $\cong$ <1.1>



$-\bar{z} \cup z$

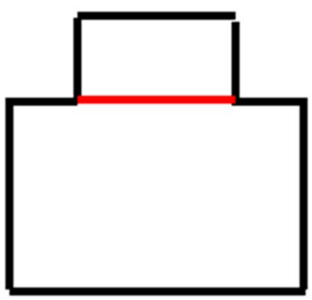
$\rightarrow \bar{z} = a - bi$



$z \cup -\bar{z}$

$\rightarrow -z = -a + bi$

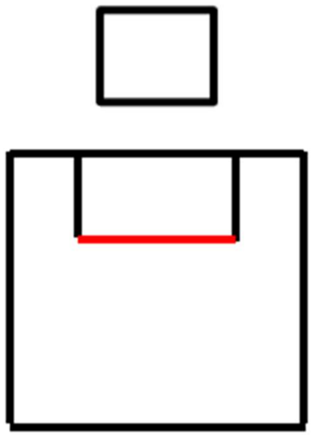
3.2.2. [S(ex), U(ad)] $\cong$ <1.2>



$\bar{z} = a - bi$

$\rightarrow n = (m \cup o) \cap o$

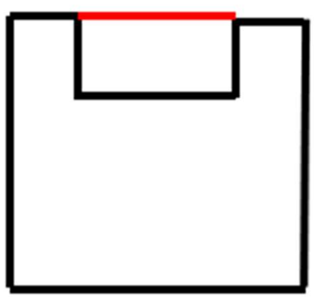
3.2.3. $[S(ex), U(in)] \cong <1.3>$



$n = (z = a + bi) \cup m$

$\rightarrow n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

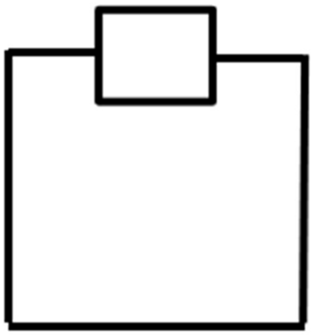
3.2.4. $[S(ad), U(ex)] \cong <2.1>$



$-z = -a + bi$

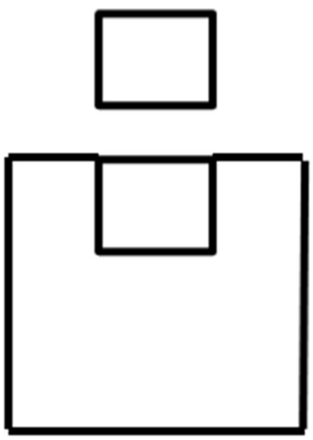
$\rightarrow n = (m \supset o) \cap o$

3.2.5. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>



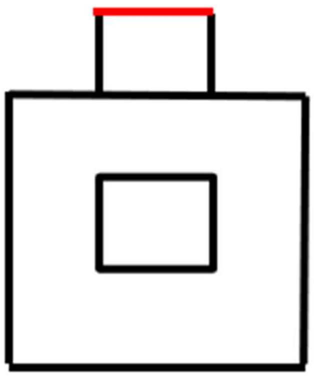
$n = m \supset (m \cap o)$

3.2.6. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



$n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

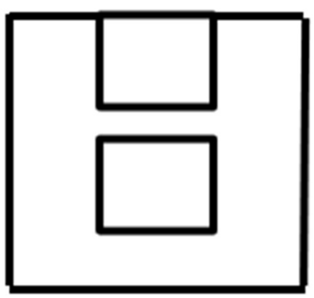
3.2.7. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



n = ((-$\bar{z}$ = -a – bi) ⊃ m)

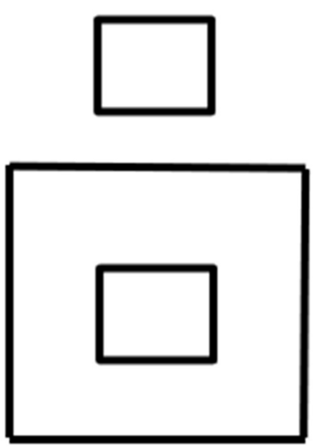
→ n = (m ⊃ o) ∪ p

3.2.8. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



n = ((m ⊃ o) ∩ o) ⊃ p

3.2.9. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>



n = (m ⊃ o) ∪ p

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013-14a

Toth, Alfred, Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Beispiele zur Einführung der Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

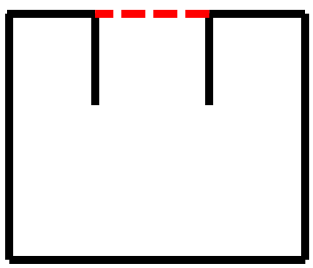
Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

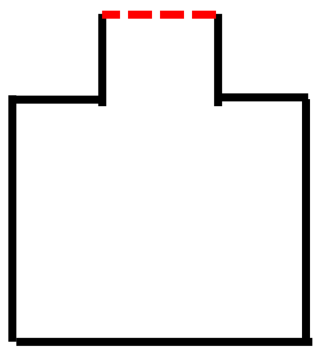
Ontotopologische Öffnung bei Zeichenzahlen

1. Nachdem in Toth (2014) die ontotopologische Abschließung bei Zeichenzahlen untersucht wurde, wird im folgenden die viel komplexere und ganz anders geartete Öffnung dargestellt. In Sonderheit tritt in mehreren Fällen ontotopologische Amibiguität auf.

2.1. Ontisch-semiotische Isomorphie der Primzeichen

2.1.1. S(ex) ≠ U(ex) ≅ <.1.>

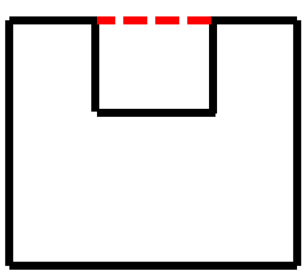


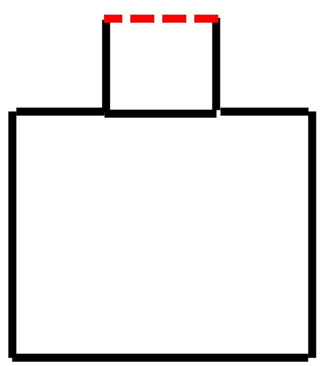


$z = a + bi$ $\quad$ $-\bar{z} = -a - bi$

$\rightarrow -\bar{z} \cup z$ $\quad$ $\rightarrow z \cup -\bar{z}$

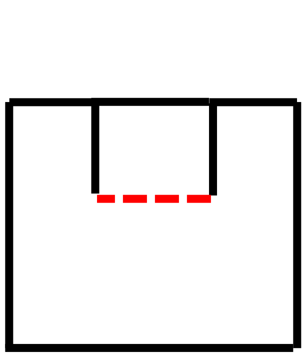
2.1.2. S(ad) ≠ U(ad) ≅ <.2.>





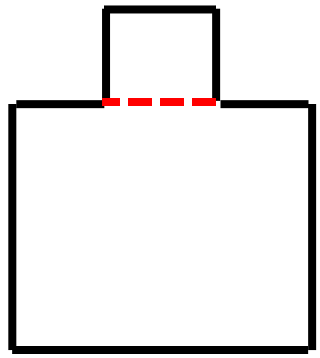
$n = (m \supset o) \cap o$ $\quad$ $n = (m \cup o) \cap o$

$\rightarrow -z = -a + bi$ $\quad$ $\rightarrow -\bar{z} = -a - bi$



$n = (m \supset o) \cap o$

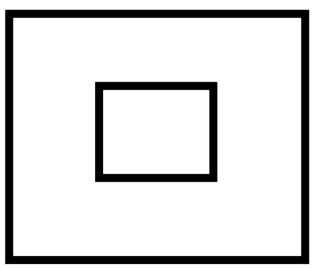
$\rightarrow z = a + bi$



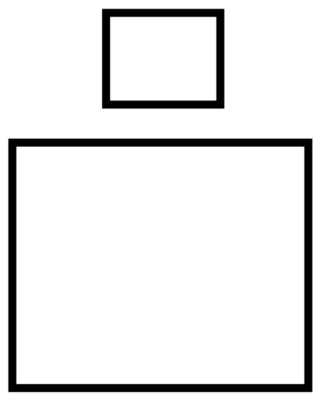
$n = (m \cup o) \cap o$

$\rightarrow \bar{z} = a - bi$

2.1.3. S(in) ≠ U(in) ≅ <.3.>



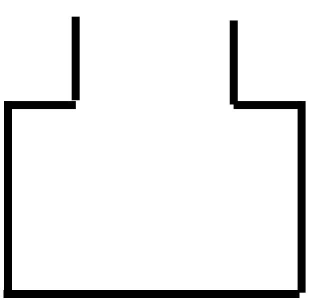
$n = (m \supset o)$



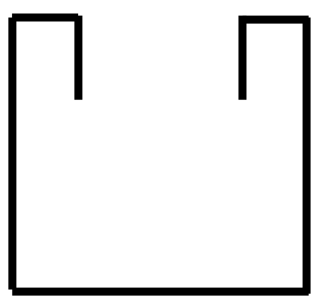
$n = m \cup o$

3.2. Ontisch-semiotische Isomorphie der Subzeichen

3.2.1. [S(ex), U(ex)] ≅ <1.1>

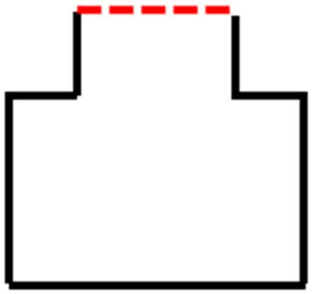


$-\bar{z} \cup z$



$z \cup -\bar{z}$

3.2.2. [S(ex), U(ad)] $\cong$ <1.2>

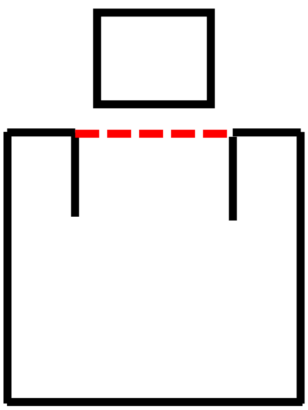


$\bar{z} = a - bi$

$\rightarrow -\bar{z} \cup z$

$\rightarrow -\bar{z} \cup z$

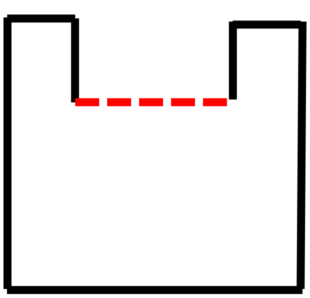
3.2.3. [S(ex), U(in)] $\cong$ <1.3>



$n = (z = a + bi) \cup m$

$\rightarrow n = (z \cup -\bar{z}) \cup m$

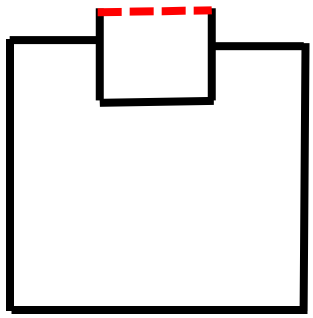
3.2.4. [S(ad), U(ex)] $\cong$ <2.1>



$-z = -a + bi$

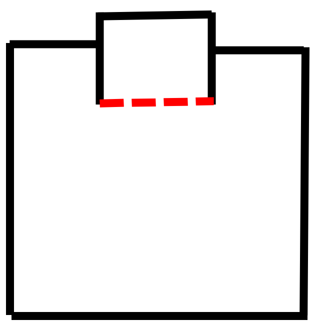
$\rightarrow z \cup -\bar{z}$

3.2.5. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>



n = m ⊃ (m ∩ o)

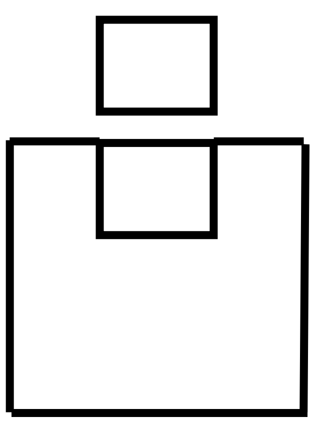
→ n = m ⊃ (m ∩ (-z = -a + bi))



n = m ⊃ (m ∩ o)

→ n = m ⊃ (m ∩ ($\bar{z}$ = a – bi))

3.2.6. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



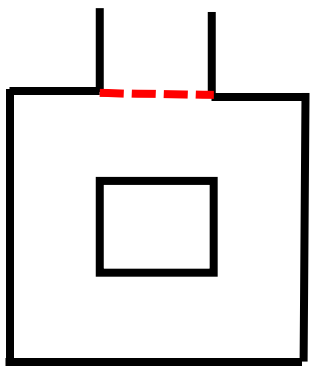
Wegen 3.2.5. folgen direkt die beiden Möglichkeiten

n = ((m ⊃ o) ∩ o) ∪ p

→ n = ((m ⊃ o) ∩ (-z = -a + bi)) ∪ p

→ n = ((m ⊃ o) ∩ ($\bar{z}$ = a – bi)) ∪ p.

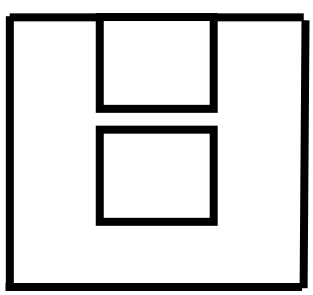
3.2.7. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



n = ((-$\bar{z}$ = -a – bi) ⊃ m)

→ n = ((-$\bar{z}$ ∪ z) ⊃ m)

3.2.8. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



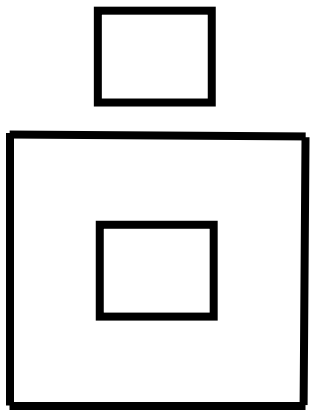
Wegen 3.2.5. folgen wiederum direkt die beiden Möglichkeiten

n = ((m ⊃ o) ∩ o) ⊃ p

→ n = ((m ⊃ o) ∩ (-z = -a + bi)) ⊃ p

→ n = ((m ⊃ o) ∩ ($\bar{z}$ = a – bi)) ⊃ p.

3.2.9. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>



$n = (m \supset o) \cup p$

Bibliographie

Toth, Alfred, Ontotopologische Abschließung bei Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Dualität von Zeichenzahlen

1. Unter den in Toth (2014a) als Zeichenzahlen definierten Subzeichen der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Matrix kann man die selbstdualen Zeichenzahlen

$<1.1> = \quad -\bar{z} \cup z$

$\quad z \cup -\bar{z}$

$<2.2> = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$<3.3> = \quad n = (m \supset o) \cup p$

von den nicht-selbstdualen Zeichenzahlen unterscheiden

$<1.2> = \quad \bar{z}$

$\times<1.2) = <2.1> = -z$

$<1.3> = \quad n = z \cup m$

$\times<1.3> = <3.1> = n = (-\bar{z} \supset m)$

$<2.3> = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$\times<2.3> = <3.2> = n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$.

2. Während also auf semiotischer Ebene Dualität mit Konversion zusammenfällt, fällt auf arithmetischer Ebene Dualität nicht etwa mit Konjugation zusammen, denn wir haben

$\times z = -\bar{z}$

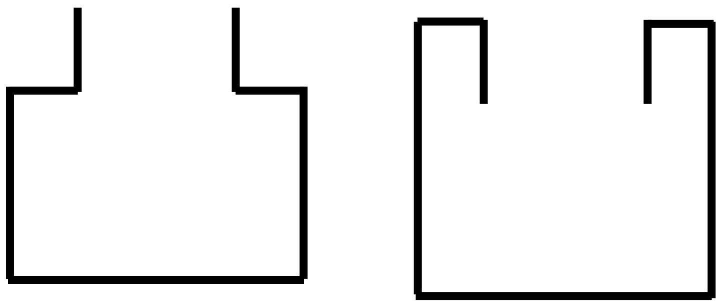
$\times \bar{z} = -z$.

Der Grund hierfür liegt in der in Toth (2014b) definierten Unterscheidung der ontischen Lagerelationen relativ zur Systemdefinition S = [S, U], da selbstverständlich Systemadessivität und Systemexessivität keine perspektivischen Austauschrelationen von Umgebungsadessivität und Umgebungsexessivität darstellen. Die

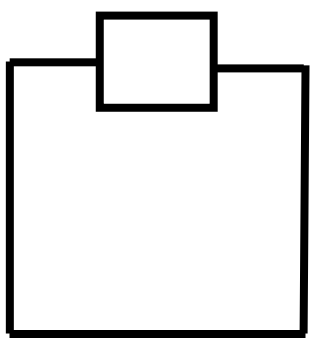
Dualität von Zeichenzahlen läßt sich daher sehr deutlich mit Hilfe der in Toth (2014c) eingeführten ontotopologischen Modelle aufzeigen.

2.1. Selbstdualität

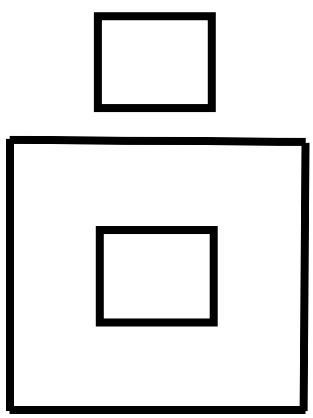
2.1.1. [S(ex), U(ex)] ≅ <1.1>



2.1.2. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>

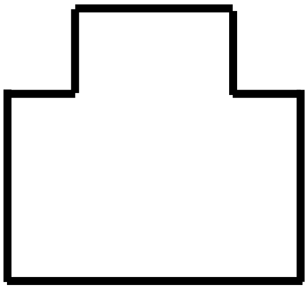


2.1.3. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>

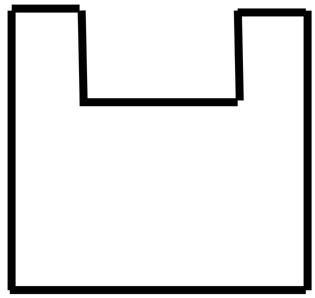


2.2. Nicht-Selbstdualität

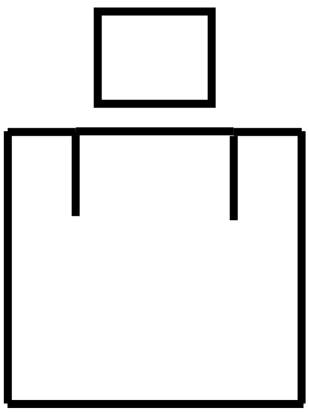
2.2.1. [S(ex), U(ad)] ≅ <1.2>



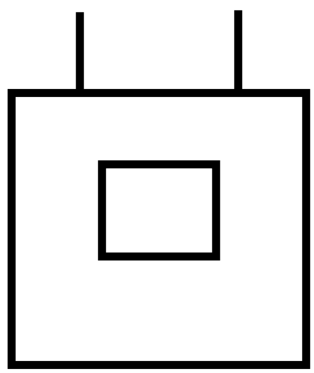
2.2.2. [S(ad), U(ex)] ≅ <2.1>



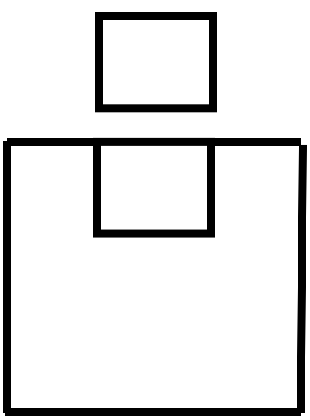
2.2.3. [S(ex), U(in)] ≅ <1.3>



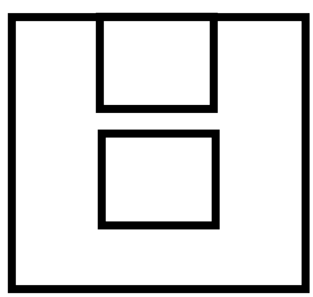
2.2.4. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



2.2.5. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



2.2.6. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



Wie man leicht erkennt, korrespondiert die Austauschrelation zwischen System und Umgebung

$R = S \rightleftarrows U$

in den ontotopologischen Räumen mit einer Vertauschung von Oben und Unten (⇅), insofern die großen Quadrate die Systeme und alles, was sich außerhalb von ihnen befindet, die Umgebungen dieser Systeme repräsentiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Die den Objekten und den Zeichen gemeinsamen Relationen

1. In Felix Hausdorffs unter dem Pseudonym Paul Mongré 1898 veröffentlichtem philosophischem Werk "Das Chaos in kosmischer Auslese", das Max Bense 1976 unter dem Titel "Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik" mit einem für ihn ungewöhnlich langen Vorwort neu herausgegeben hatte, steht ein Satz, der ebenso gut von Peirce wie von Bense selbst geschrieben sein könnte: "Es wird im Laufe unserer Betrachtungen vielfach zu betonen sein, daß es derlei vermittelnde Gebiete nicht gibt, daß vom Empirischen zum Absoluten keine Brücke herüber und hinüber führt" (Hausdorff 1976, S. 27). Bense ergänzte in seinem Vorwort, es handle sich bei Hausdorffs Theorie um eine "gewisse Verabschiedung metaphysischer Gedankengänge aus der mathematischen Forschung" (a.a.O., S. 11).

2. Ebenso wie die hausdorffsche bewußtseinstheoretische Metaphysik von einer rein immanenten Welt mit einer zwar denkbaren, aber nicht erkennbaren Transzendenz ausgeht, geht auch die Semiotik von Peirce und Bense davon aus, daß die Zeichentheorie ein pansemiotisches "Universum" (vgl. Bense 1983) ist, in dem das Objekt zwar sozusagen nolens volens als "vorgegebenes" vorausgesetzt werden muß, da ansonsten die Einführung des Zeichens im Sinne eines "Metaobjektes" (vgl. Bense 1967, S. 9) nicht erklärbar ist, aber sobald das Zeichen, welches damit doch transzendent zu seinem Objekt ist, thetisch gesetzt ist, verschwindet das Objekt auf mysteriöse Weise, es wird zwar noch "mitgeführt" (vgl. Bense 1979, S. 29) , aber lediglich in Form des Objektbezuges als einer Teilrelation der triadischen Zeichenrelation. Ge-

nauso also, wie vom Diesseits zum Jenseits nach Hausdorff keine Brücke führt, führt auch nicht einmal ein Steg vom Zeichen zum Objekt nach Peirce und Bense.

3. Nun bedeutet allerdings die in Toth (2014a, b) eingeführten Zeichenzahlen

$<1.1> =$ $-\bar{z} \cup z$

$z \cup -\bar{z}$

$<1.2> =$ $\bar{z}$

$<1.3> =$ $n = z \cup m$

$<2.1> =$ $-z$

$<2.2> =$ $n = m \supset (m \cap o)$

$<2.3> =$ $n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$<3.1> =$ $n = (-\bar{z} \supset m)$

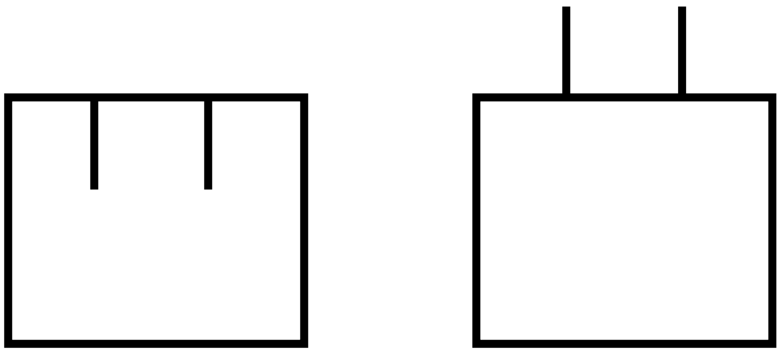
$<3.2> =$ $n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$<3.3> =$ $n = (m \supset o) \cup p$

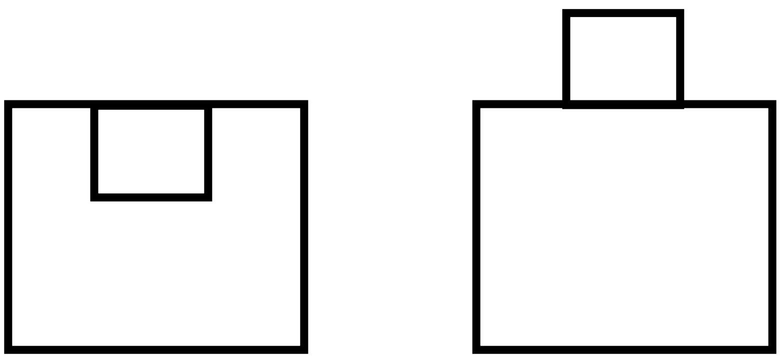
nichts anderes als die Menge der abstraktest möglichen Relationen, welche sowohl dem bezeichneten Objekt als auch dem es bezeichnenden Zeichen, d.h. der Ontik, die es nach Peirce und Bense gar nicht geben kann, und der Semiotik, die mit einem relationalen Objektbegriff ohne ontisches Objekt operiert, gemeinsam sind. Da die Dichotomie von Objekt und Zeichen der zweiwertigen aristotelisch-logischen Dichotomie von Objekt und Subjekt isomorph ist, handelt es sich somit bei der Menge der Zeichenzahlen um die Menge der Relationen, welche jede Form von Diesseits mit jeder Form von Jenseits miteinander verbinden. Ferner lassen sich, wie in Toth (2014c) gezeigt, diese neun Relationstypen mit Hilfe von sog. ontotopologischen Räumen visuell darstellen.

3.1. Ontisch-semiotische Isomorphie der Primzeichen

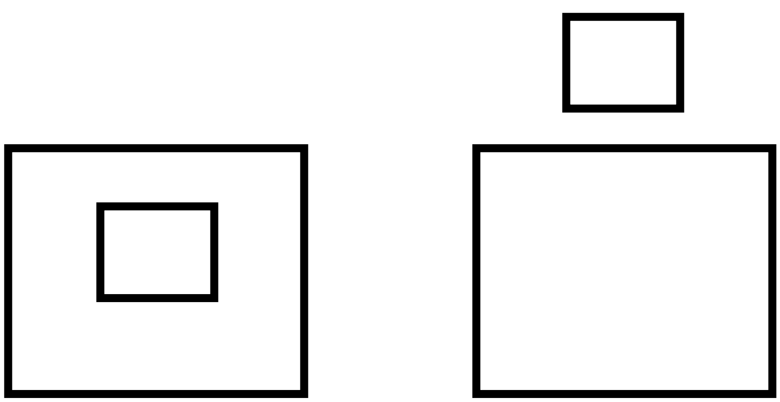
3.1.1. S(ex) ≠ U(ex) ≅ <.1.>



3.1.2. S(ad) ≠ U(ad) ≅ <.2.>

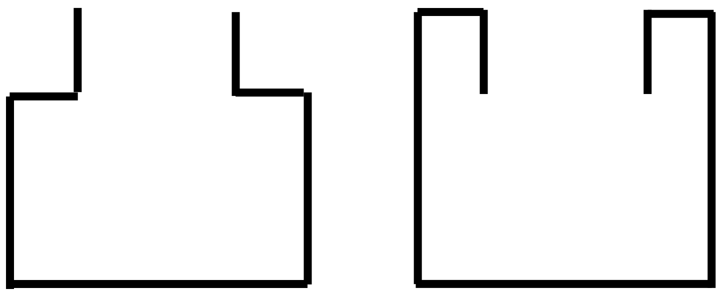


3.1.3. S(in) ≠ U(in) ≅ <.3.>

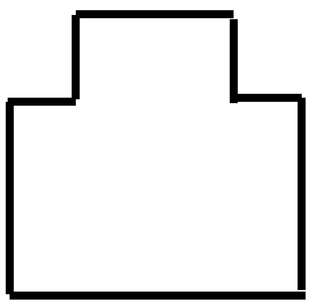


3.2. Ontisch-semiotische Isomorphie der Subzeichen

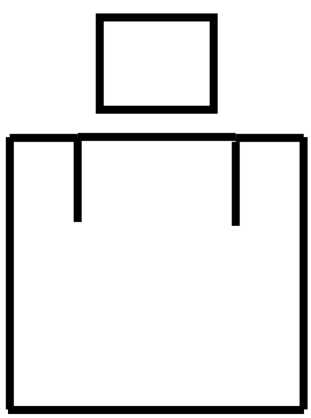
3.2.1. [S(ex), U(ex)] ≅ <1.1>



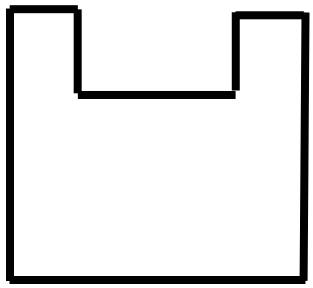
3.2.2. [S(ex), U(ad)] ≅ <1.2>



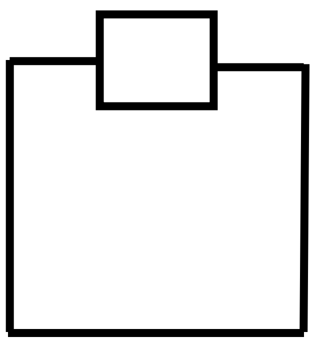
3.2.3. [S(ex), U(in)] ≅ <1.3>



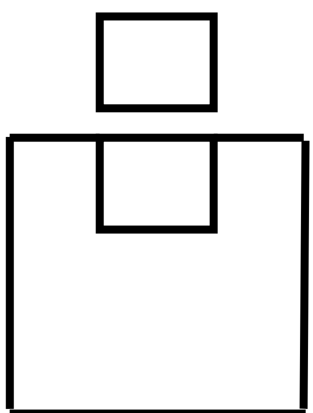
3.2.4. [S(ad), U(ex)] ≅ <2.1>



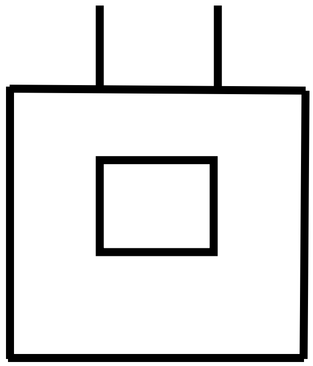
3.2.5. [S(ad), U(ad)] ≅ <2.2>



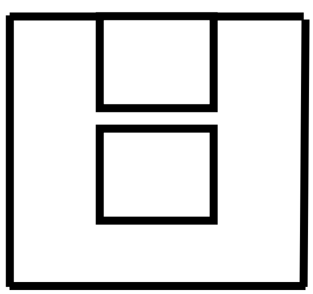
3.2.6. [S(ad), U(in)] ≅ <2.3>



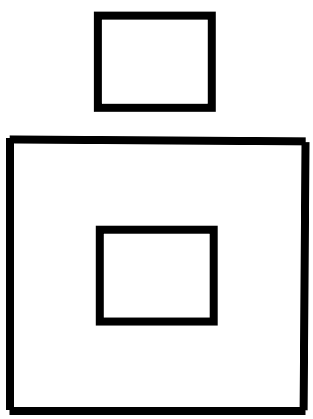
3.2.7. [S(in), U(ex)] ≅ <3.1>



3.2.8. [S(in), U(ad)] ≅ <3.2>



3.2.9. [S(in), U(in)] ≅ <3.3>



Diese ontotopologischen Räume sind also die Formen der Relationen, welche, arithmetisch durch die Zeichenzahlen definiert, Ontik und Semiotik und damit Objekt und Zeichen bzw. jede Form von Diesseits und jede Form von Jenseits miteinander verbinden. Denn es gilt schließlich nach Günther (1975):

> Jede Qualität verhält sich zu jeder anderen als Universalkontextur. In anderen Worten: um die Grenze des absolut Unzugänglichen zu erfahren, brauchen wir uns nicht an jenen Abgrund zu begeben, der Zeitlichkeit und Ewigkeit voneinander trennt; die Erfahrung des Unzugänglichen ist vielmehr eine, die ganz und gar innerweltlichen Charakter hat und der nichts Supranaturales anhaftet! Schon das Diesseits enthält ontologische Orte, die von einer gegebenen Position her genauso unerreichbar sind, wie für den Gläubigen der Thron Gottes eine Unnahbarkeit bedeutet, zu der im Zeitlichen nirgends ein Weg hinführt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 1. Hamburg 1975, S. 1-75

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik. Hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Definition von Draußen und Drinnen mit Hilfe von Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Ontotopologie der Metaobjektivation

1. Unter Metaobjektivation verstehen wir bekanntlich diejenige Funktion, welche ein Zeichen (Z) auf ein Objekt (Ω) abbildet (vgl. zuletzt Toth 2014)

$\mu: \quad \Omega \rightarrow Z$,

denn nach Bense gilt: "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt" (1967, S. 9).

2. Allerdings folgt aus dem in Toth (2013) definierten Theorem der ontisch-semiotischen Isomorphie, daß die Abbildung μ voraussetzt, daß für die Merkmalsmengen von Objekt und Zeichen gilt

$M(\Omega) \cap M(Z) \neq \emptyset$,

und wie in Toth (2015) gezeigt wurde, stellt die Menge der sog. Zeichenzahlen genau die Menge der Relationen dar, welche diese Ungleichheitsrelation definieren

$\langle 1.1 \rangle = \quad -\bar{z} \cup z$

$\qquad\qquad z \cup -\bar{z}$

$\langle 1.2 \rangle = \quad \bar{z}$

$\langle 1.3 \rangle = \quad n = z \cup m$

$\langle 2.1 \rangle = \quad -z$

$\langle 2.2 \rangle = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$\langle 2.3 \rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$\langle 3.1 \rangle = \quad n = (-\bar{z} \supset m)$

$\langle 3.2 \rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$<3.3> = \quad n = (m \supset o) \cup p.$

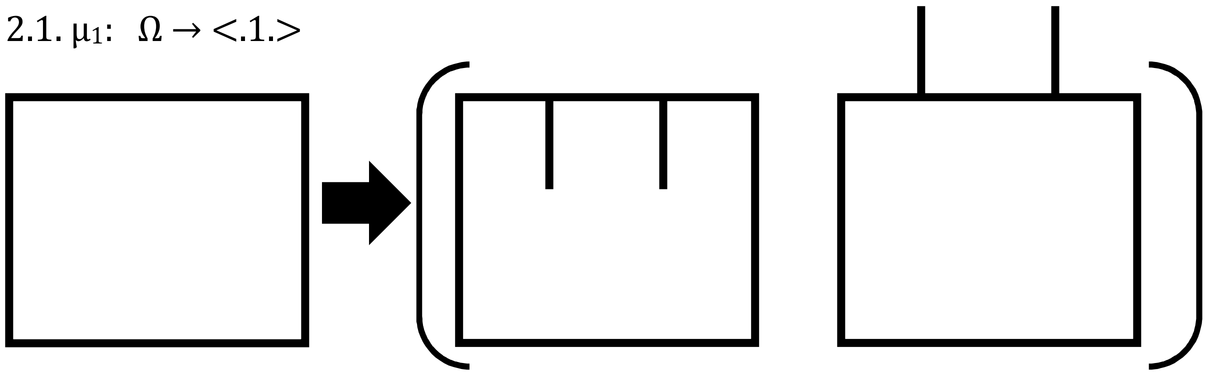
2. Diese 9 Zeichenzahlen, die den 9 Subzeichen der peirce-benseschen Zeichenrelation bijektiv abgebildet sind, besagen also, daß es nicht eine uniforme Metaobjektivation μ, sondern eine Familie von Metaobjektivation μ_i gibt, und zwar abhängig von der Kategorialität der Codomänen der Abbildungen.

2.1. Fundamentalkategoriale Metaobjektivation

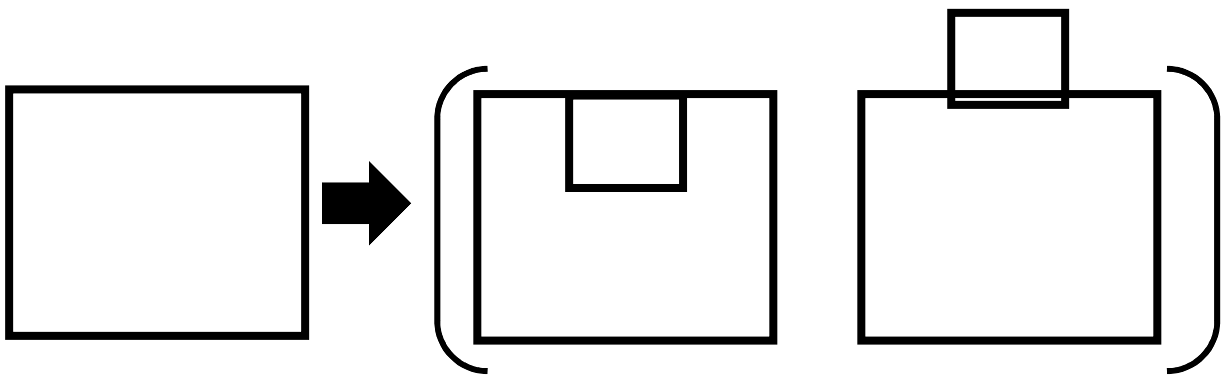
Bei der fundamentalkategorialen Metaobjektivation, bei der als Codomänen die drei peirceschen Kategorien der Erstheit, Zweitheit und Drittheit fungieren, wird also ein subjektives, d.h. wahrgenommenes Objekt, oder, wie sich Bense (1975, S. 41 ff. u. S. 65 f.) ausdrückte, ein "disponibles" bzw. "vorthetisches" Objekt auf eine der drei semiotischen Kategorien abgebildet. Da die letzteren vermöge Toth (2015) komplex sind, kann das Domänen-Objekt reell definiert und durch

schematisch dargestellt werden. Man beachte, daß es bei den Metaobjektivationstypen der drei Fundamentalkategorien jeweils zwei Möglichkeiten gibt, d.h. es liegt ontisch-semiotische Ambiguität vor.

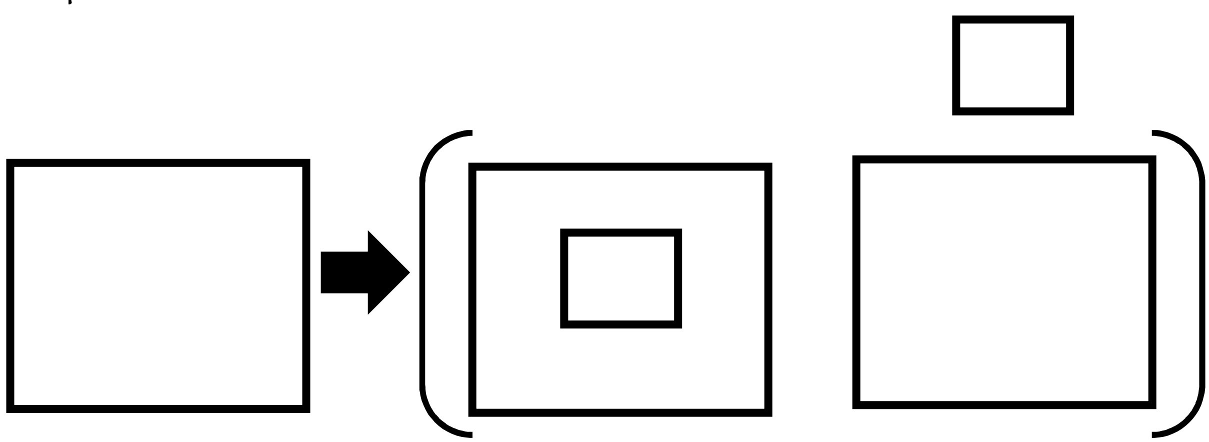
2.1. μ_1: $\Omega \rightarrow$ <.1.>



2.2. μ_2: $\Omega \rightarrow$ <.2.>

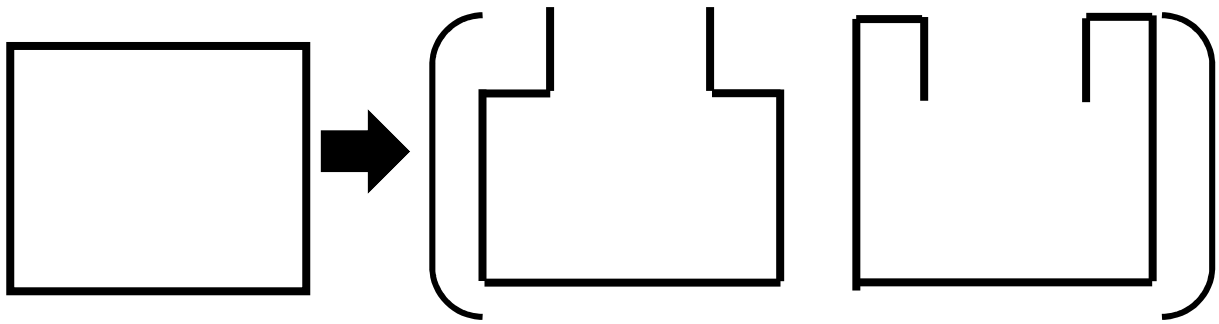


2.3. μ_3: $\Omega \rightarrow$ <.3.>



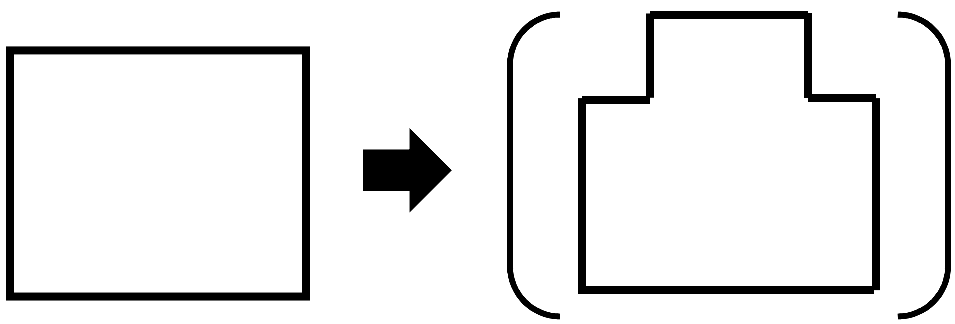
2.2. Subrelationale Metaobjektivation

2.2.1. μ_{11}: $\Omega \rightarrow$ <1.1>

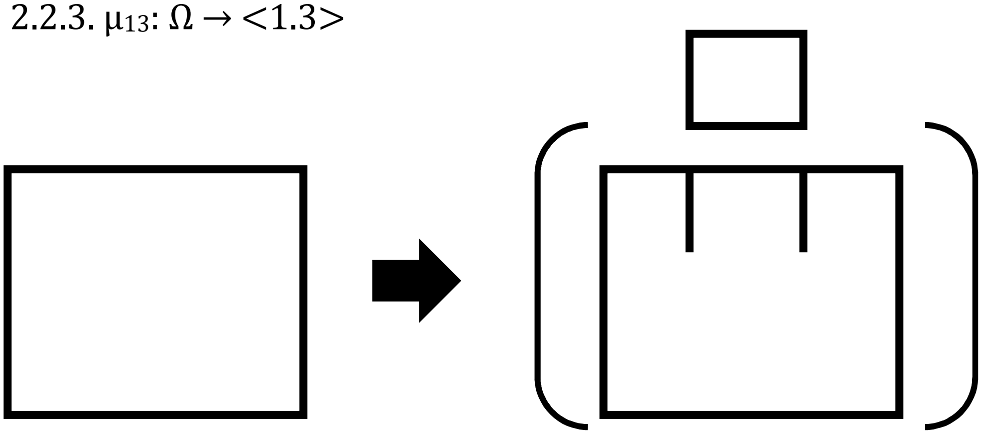


Dies ist unter den Subrelationen der einzige Fall ontisch-semiotischer Ambiguität.

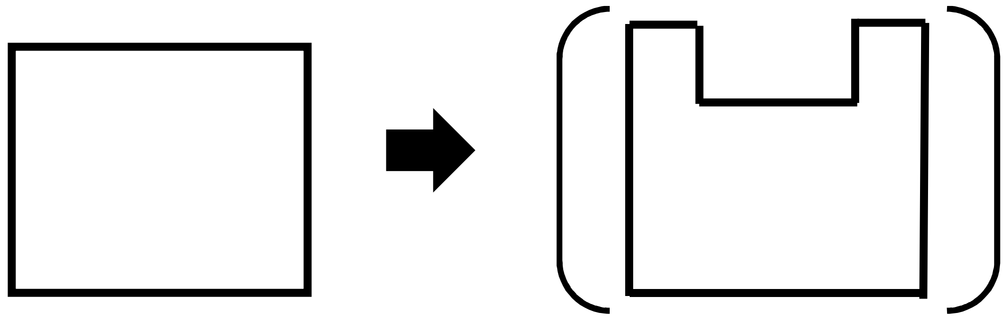
2.2.2. μ_{12}: $\Omega \rightarrow$ <1.2>



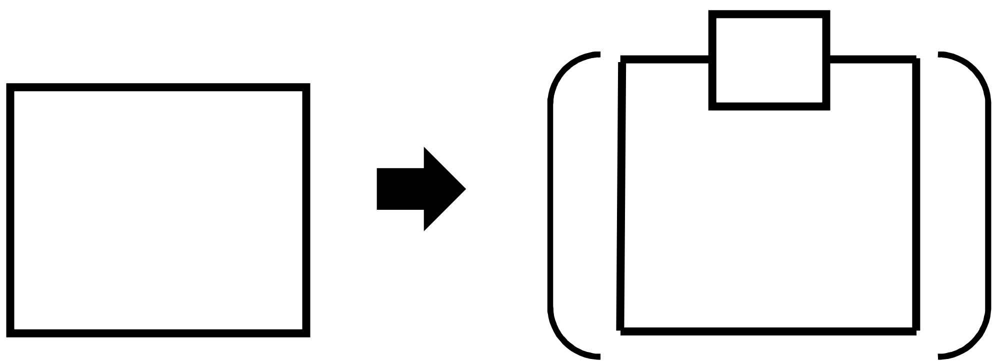
2.2.3. μ_{13}: $\Omega \rightarrow$ <1.3>



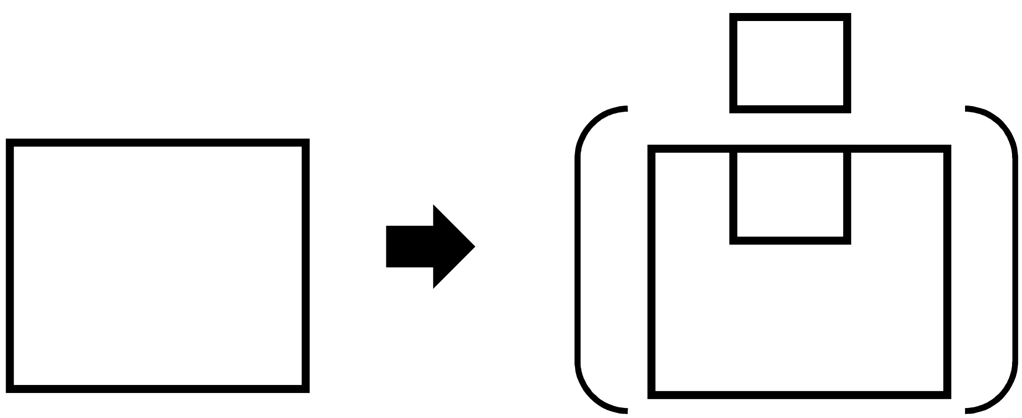
2.2.4. $\mu_{21}: \Omega \rightarrow <2.1>$



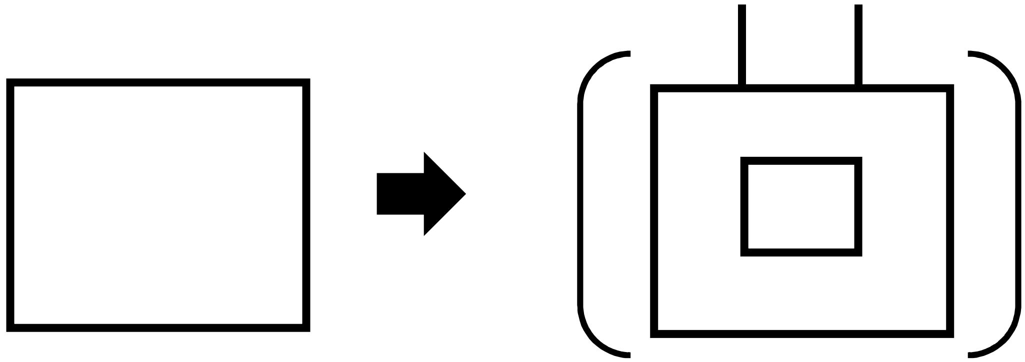
2.2.5. $\mu_{22}: \Omega \rightarrow <2.2>$



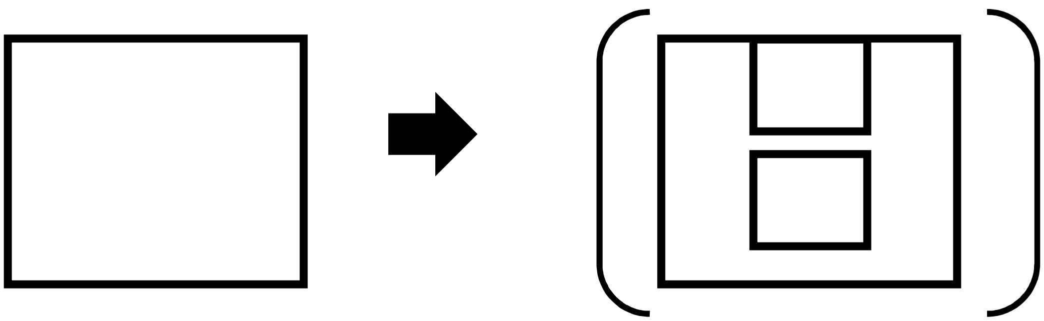
2.2.6. $\mu_{23}: \Omega \rightarrow <2.3>$



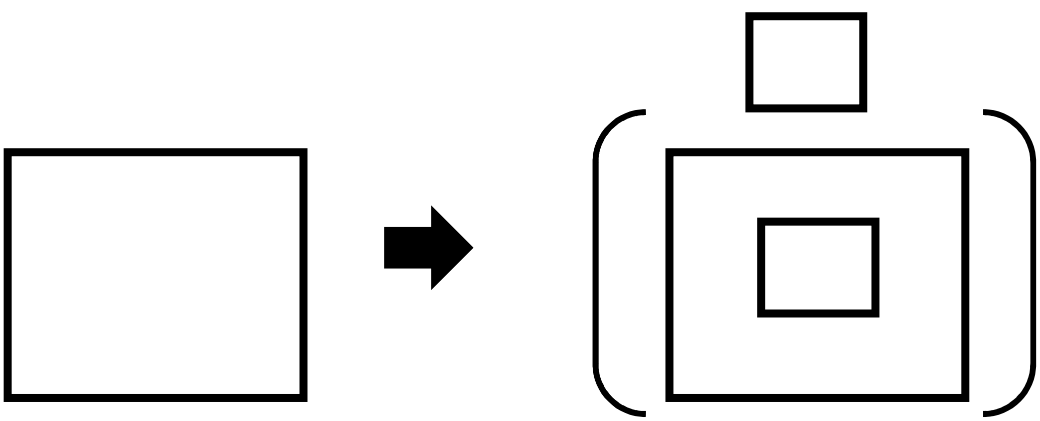
2.2.7. $\mu_{31}: \Omega \rightarrow <3.1>$



2.2.8. $\mu_{32}: \Omega \rightarrow <3.2>$



2.2.9. $\mu_{33}: \Omega \rightarrow <3.3>$



Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Formales System der Metaobjektivation I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013/2014

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Ontisch-semiotische Transzendenz ohne Transzendentalität

1. Die in Toth (2014a) eingeführten Zeichenzahlen

$\langle 1.1\rangle = \quad -\bar{z} \cup z$

$\qquad\qquad\quad z \cup -\bar{z}$

$\langle 1.2\rangle = \quad \bar{z}$

$\langle 1.3\rangle = \quad n = z \cup m$

$\langle 2.1\rangle = \quad -z$

$\langle 2.2\rangle = \quad n = m \supset (m \cap o)$

$\langle 2.3\rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$

$\langle 3.1\rangle = \quad n = (-\bar{z} \supset m)$

$\langle 3.2\rangle = \quad n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$

$\langle 3.3\rangle = \quad n = (m \supset o) \cup p$

zeichnen sich dadurch aus, daß unter ihnen solche sind, deren Zahlenanteile rein imaginär, rein reell sowie sowohl imaginär als auch reell sind. In der folgenden Matrixdarstellung sind die rein imaginären Zeichenzahlen schwarz und die rein reellen Zeichenzahlen rot unterstrichen.

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3.

2. Wie bereits in Toth (2014b) ausgeführt wurde, stellt die Menge der Zeichenzahlen die Menge der Relationen dar, die zwischen Objekten und

Zeichen bestehen, denn die Zeichenzahlen setzen ja das in Toth (2013) definierte Theorem der ontisch-semiotischen Isomorphie voraus. Da die semiotische Dichotomie

S = [Objekt, Zeichen]

der logischen Dichotomie

L = [Objekt, Subjekt]

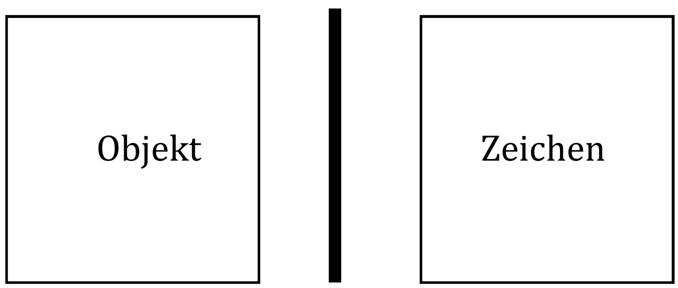
isomorph ist, handelt es sich also auch bei S um die aristotelisch zweiwertig unvermittelte Opposition von Diesseits und Jenseits, denn sowohl S als auch L setzen die Gültigkeit der drei logischen Grundgesetze des Denkens, in Sonderheit also das Gesetz des Tertium non datur voraus. Da die Zeichenzahlen nun aber die Menge der Relationen angeben, die zwischen Objekt und Subjekt bzw. Zeichen bestehen, läßt sich diese Zweiwertigkeit für die Semiotik nicht länger aufrecht erhalten. Im Grunde ist diese Idee bereits in Benses Operation der "Mitführung" (vgl. Bense 1979, S. 29) angelegt, wonach das Zeichen quasi Spuren des von ihm bezeichneten Objektes kategorial mitführt. Ferner und vor allem sind aber die Zeichenzahlen ja qua ontisch-semiotische Isomorphie a priori als nicht nur quantitative, sondern auch qualitative Zahlen eingeführt, und da die reine Quantität der zweiwertigen Logik gerade durch das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten verbürgt wird, kann dieses für Zeichenzahlen gar nicht gültig sein, denn, wie Hegel sagt: "Das Quantum ist die aufgehobene Qualität". S muß demnach revidiert werden und wird vermöge der zwischen Objekt und Zeichen vermittelnden Zeichenzahlen zu einer Trichotomie der Form

S* = [Objekt, Zeichenzahl, Zeichen].

Daraus folgt somit, daß sich zwar Objekt und Zeichen gegenseitig transzendent sind, daß es aber entgegen Hausdorff (1976, S. 27) Brücken gibt, welche eine Transzendentalität von Zeichen und Objekt wegen der qualitativ-quantitativen Doppelnatur der Zeichen als unsinnig erscheinen lassen. Statt also von einer Monokontextur der Form

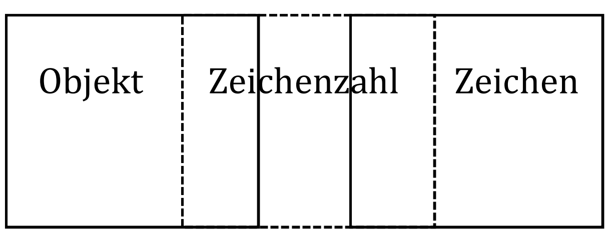
S = [Objekt | Zeichen]

auszugehen, d.h. von einem durch eine absolute Kontexturgrenze getrennten diskreten Paar von ontischem und semiotischem Raum,

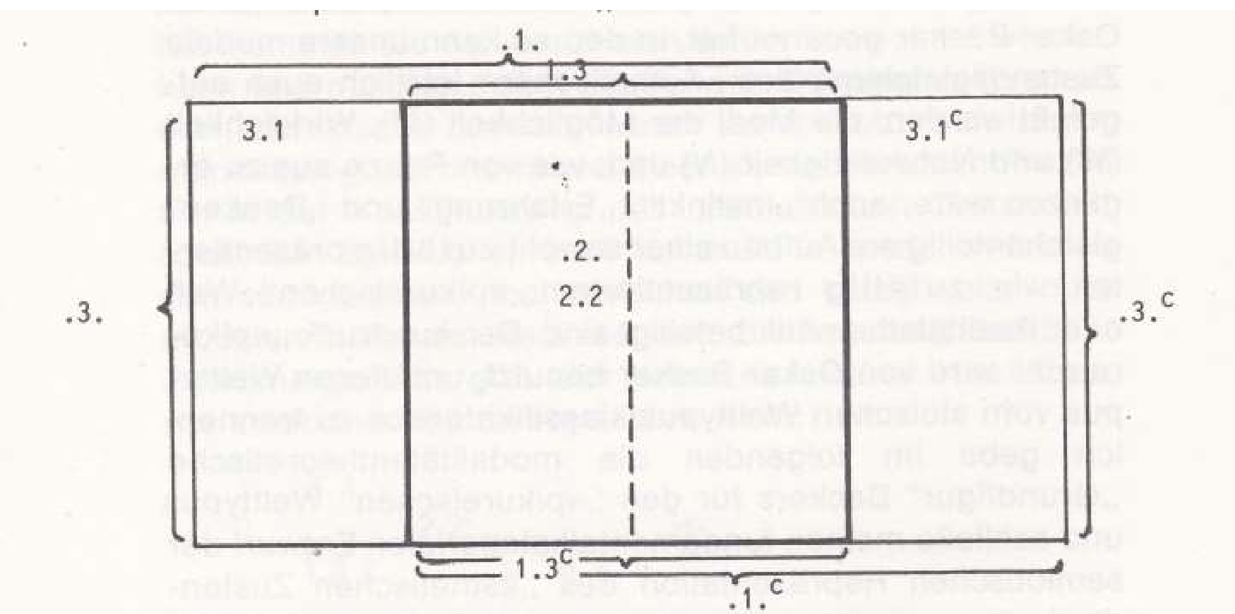


ist von einer Polykontextur der Form

S* = [Objekt ← Zeichenzahl → Zeichen] auszugehen, d.h. von einem Tripel von erkenntnistheoretischen Räumen, in dem ontischer und semiotischer Raum vermittelt sind.



Von größtem Interesse ist daher, daß eine solche topologische Vermittlung der beiden auf S anstatt auf S* basierenden Räume sich bereits bei Bense findet, der einen präsemiotischen Raum eingeführt hatte im Sinne eines Raumes "aller verfügbaren Etwase O°, über denen der r > 0-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65). Diese Etwase O° werden von Bense auch als "vorthetische" bzw. "disponible" Objekte bezeichnet und durch eine Invariantentheorie begründet, die man mit Fug und Recht als Vorläuferkonzeption der ontisch-semiotischen Isomorphie ansehen darf (vgl. Bense 1975, S. 41 ff.). Zuletzt bleibt noch festzustellen, daß ein dem ternären topologischen Schema S* isomorphes Vermittlungsschema auch Benses "fundamentalkategorialer Grundfigur der semiotischen Repräsentation des ästhetischen Zustandes" (Bense 1979, S. 102) zugrunde liegt, die der "modalitätentheoretischen Grundfigur des epikureischen Welttypus" von Benses Lehrer Oskar Becker nachgebildet ist.



(„c" als Index bedeutet das „Komplement")

Es dürfte keines Beweises bedürfen, daß sowohl Benses ternäre Relation zwischen ontischem, präsemiotischem und semiotischem Raum als auch seine ternäre Relation der "fundamentalkategorialen Grundfigur" wiederum in Isomorphierelation zueinander stehen, so zwar, daß die letztere die ontisch-semiotische Isomorphie der letzten kategorial mitführt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik. Hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013/2014

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Die den Objekten und den Zeichen gemeinsamen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Kontexturierte Zeichenzahlen

1. Die von Bense (1981, S. 17 ff.) etwas unglücklich als "Primzeichen" bezeichnete Zahlenfolge P = (1, 2, 3) kann als Folge von Zeichenzahlen eingeführt werden (vgl. Toth 2014). Im folgenden benutzen wir die Ergebnisse von Toth (2015a, b) zu ihrer Kontexturierung. Während die Kontexturierung der triadischen Matrix eine Differenzierung zwischen semiotischer Ich-, Du- und Er-Deixis erlaubt, ansonsten aber rein quantitativ verbleibt, bedeutet der Übergang zur tetradischen Matrix mit Einbettung des Zeichenträgers einen Übergang zu einer qualitativ-quantitativen Zeichenzahlen-Relation.

2.1. Kontexturierung der triadisch-trichotomischen Semiotik

k_1: $(.1.) \rightarrow (.1.)_{1.3}$

k_2: $(.2.) \rightarrow (.2.)_{1.2}$

k_3: $(.3.) \rightarrow (.3.)_{2.3}$

Man erhält damit die folgende kontexturierte semiotische Matrix.

$$\begin{array}{c|ccc}
 & (.1.)_{1.3} & (.2.)_{1.2} & (.3.)_{2.3} \\
\hline
(.1.)_{1.3} & (1.1)_{1.3} & (1.2)_{1} & (1.3)_{3} \\
(.2.)_{1.2} & (2.1)_{1} & (2.2)_{1.2} & (2.3)_{2} \\
(.3.)_{2.3} & (3.1)_{3} & (3.2)_{2} & (3.3)_{2.3}
\end{array}$$

und die folgende zweidimensionale Zahlenfolgen-Struktur

K			
3	(1.1), (1.3)	—	(3.1), (3.3)
2	—	(2.2), (2.3)	(3.2), (3.3)
1	(1.1), (1.2)	(2.1), (2.2)	—
	(.1.)	(.2.)	(.3.)

2.2. Kontexturierung der tetradisch-tetratomischen Semiotik

k_0: (.0.) → $(.0.)_{0.1.3}$

k_1: (.1.) → $(.1.)_{1.2.3}$

k_2: (.2.) → $(.2.)_{0.1.2}$

k_3: (.3.) → $(.3.)_{0.2.3}$

Man erhält damit folgende kontexturierte semiotische Matrix

	$(.0.)_{0.1.3}$	$(.1.)_{1.2.3.}$	$(.2.)_{0.1.2}$	$(.3.)_{0.2.3}$
$(.0.)_{0.1.3}$	$(0.0)_{0.1.3}$	$(0.1)_{1.3}$	$(0.2)_{0.1}$	$(0.3)_{0.3}$
$(.1.)_{1.2.3}$	$(1.0)_{1.3}$	$(1.1)_{1.2.3}$	$(1.2)_{1.2}$	$(1.3)_{2.3}$
$(.2.)_{0.1.2}$	$(2.0)_{0.1}$	$(2.1)_{1.2}$	$(2.2)_{0.1.2}$	$(2.3)_{0.2}$
$(.3.)_{0.2.3}$	$(3.0)_{0.3}$	$(3.1)_{2.3}$	$(3.2)_{0.2}$	$(3.3)_{0.2.3}$

und die zugehörigen zweidimensionalen Zahlenfolgen-Strukturen.

2.2.1. Teilsystem der Nullheit

3	(0.0)	(0.1)	—	(0.3)
2	—	—	—	—
1	(0.0)	(0.1)	(0.2)	—
0	(0.0)	—	(0.2)	(0.3)

2.2.2. Teilsystem der Erstheit

3	(1.0)	(1.1)	—	(1.3)
2	—	(1.1)	(1.2)	(1.3)
1	(1.0)	(1.1)	(1.2)	—
0	—	—	—	—

2.2.3. Teilsystem der Zweitheit

3	—	—	—	—
2	—	(2.1)	(2.2)	(2.3)
1	(2.0)	(2.1)	(2.2)	—
0	(2.0)	—	(2.2)	(2.3)

2.2.4. Teilsystem der Drittheit

3	(3.0)	(3.1)	—	(3.3)
2	—	(3.1)	(3.2)	(3.3)
1	—	—	—	—
0	(3.0)		(3.2)	(3.3)

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

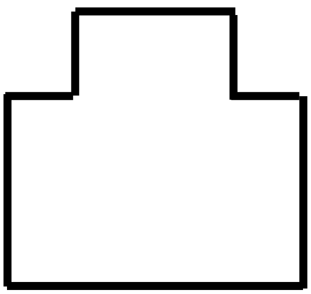
Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontexturalitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Metaobjektivation als kontexturelle Transgression. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Kontexturelle und nicht-kontexturelle ontotopologische Strukturen

1. Wir gehen aus von den folgenden 6 Haupttypen komplexer onto-topologischer Strukturen (vgl. Toth 2014).

1.1. $\bar{z} = a - bi$

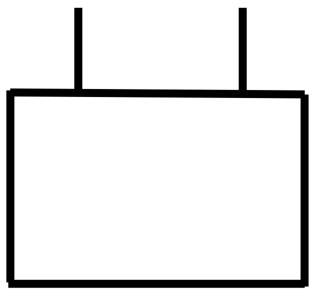


Systemexessiv

Umgebungsadessiv

$$\begin{pmatrix} S^* = [S, R[U, S], U] \\ S^* = [U, R[U, S], S] \end{pmatrix}$$

1.3. $-\bar{z} = -a - bi$

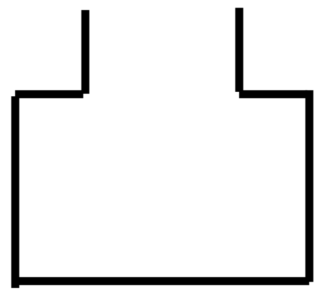


—

Umgebungsexessiv

$$\begin{pmatrix} — \\ S^* = [U, R[S, U], S] \end{pmatrix}$$

1.5. $-\bar{z} \cup z$

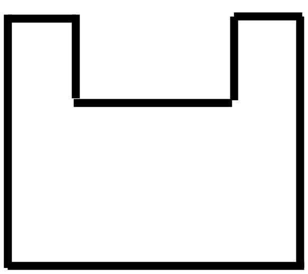


Systemexessiv

Umgebungsexessiv

$$\begin{pmatrix} S^* = [S, R[U, S], U] \\ S^* = [U, R[S, U], S] \end{pmatrix}$$

1.2. $-z = -a + bi$

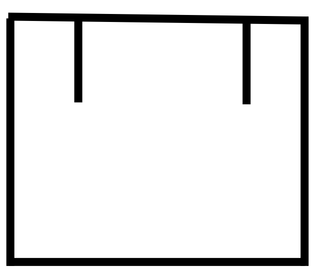


Umgebungsexessiv

Systemadessiv

$$\begin{pmatrix} S^* = [U, R[S, U], S] \\ S^* = [S, R[S, U], U] \end{pmatrix}$$

1.4. $z = a + bi$

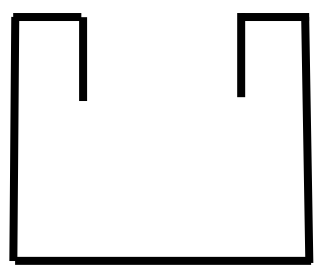


—

Systemexessiv

$$\begin{pmatrix} — \\ S^* = [S, R[U, S], U] \end{pmatrix}$$

1.6. $z \cup -\bar{z}$



Umgebungsexessiv

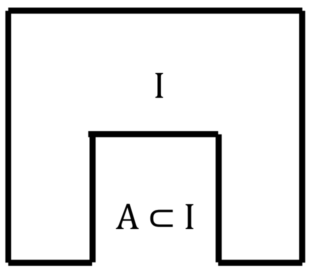
Systemexessiv

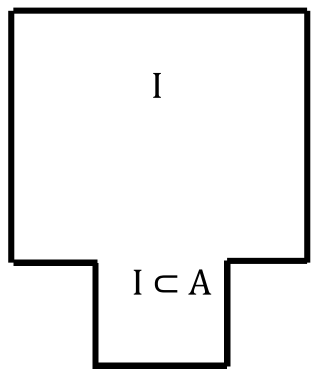
$$\begin{pmatrix} S^* = [U, R[S, U], S] \\ S^* = [S, R[U, S], U] \end{pmatrix}$$

2. Wie im folgenden zu zeigen ist, kann man diese 6 Strukturen relativ zu ihrer Kontexturalitätsdifferenz in 3 Gruppen unterteilen.

2.1. Kontexturelle ontotopologische Strukturen

Hierzu gehören die beiden folgenden Typen.

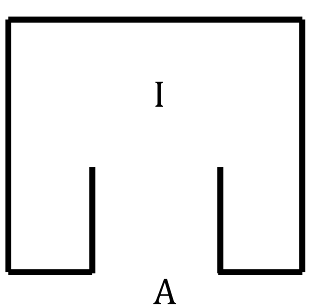


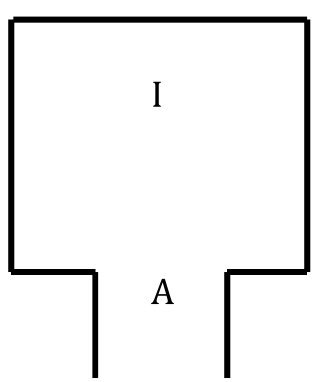


In der exessiven Struktur zur Linken befindet sich bei Teil des Außen im Innen des Systems, und umgekehrt befindet sich in der adessiven Struktur zur Rechten ein Teil des Innen im Außen des Systems, da die exessive Struktur nach Außen offen und nach Innen abgeschlossen und die adessive Struktur nach Innen offen und nach Außen abgeschlossen ist. Da S = [A, I] eine der logische Dichotomie von L = [P, N] isomorphe Relation ist, liegt in beiden Fällen kontexturelle Überschreitung vor.

2.2. Kontexturell ambige ontotopologische Strukturen

Hierzu gehören die beiden folgenden Typen.

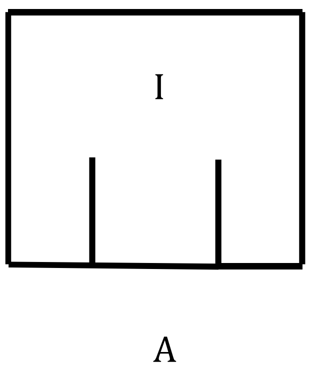


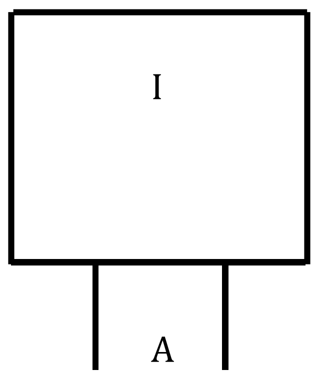


Diese unterscheiden sich von den in 2.1. behandelten durch beidseitige Offenheit, d.h. sowohl zum Außen als auch zum Innen hin. Da somit die ganzen Systeme S = [A, I] offen sind, sind die beiden Strukturen kontexturell ambig.

2.3. Nicht-kontexturelle ontotopologische Strukturen

Hierzu gehören die beiden verbleibenden Typen.





Da das System hier abgeschlossen ist, gibt es weder Ambiguität noch kontexturelle Überschreitungen.

3. Wir kommen damit vermöge der untersuchten ontotopologischen Strukturen zu folgenden Korrespondenzen zwischen der Komplexität von Zeichenzahlen und ihrer jeweiligen Kontexturalität.

3.1. Kontexturelle komplexe Zeichenzahlen

$-z = -a + bi$

$\bar{z} = a - bi$

3.2. Nicht-kontexturelle komplexe Zeichenzahlen

$z = a + bi$

$-\bar{z} = -a - bi$

3.3. Kontexturell ambige komplexe Zeichenzahlen

$z \cup -\bar{z}$

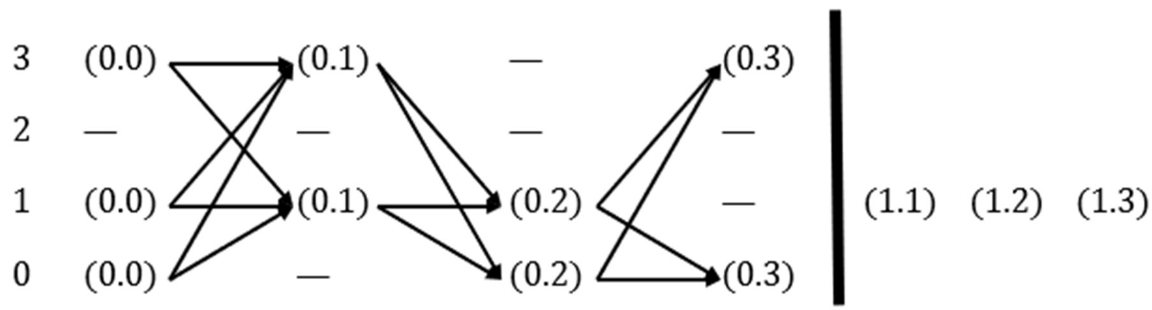
$-\bar{z} \cup z$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Ontotopologie I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Das System der Kontexturübergänge zwischen vorthetischen Objekten und thetischen Mittelbezügen

1. Im folgenden werden auf der Basis unserer Vorarbeiten (vgl. Toth 2015a, b) die Abbildungen der von Bense (1975, S. 41, S. 45 ff., S. 64 ff.) eingeführten semiotischen Nullheit im Sinne eines "ontischen Raumes aller verfügbaren Etwase", worunter "disponible" bzw. "vorthetische" Objekte zu verstehen sind, bestimmt. Da die nullheitliche Trichotomie in vier Kontexturen auftreten kann, ergibt sich eine erstaunliche Komplexität des im folgenden Schema durch eine senkrechte Linie markierten Kontexturübergangs von der Qualität des Zeichenträgers zur erstheitlichen Mittelrelation der quantitativen Zeichenrelation.



2. Kontexturierte nullheitliche Abbildungen

2.1. $(0.0) \rightarrow (0.1)$

$(0.0)_0 \rightarrow (0.1)_1$

$(0.0)_0 \rightarrow (0.1)_3$

$(0.0)_1 \rightarrow (0.1)_1$

$(0.0)_1 \rightarrow (0.1)_3$

$(0.0)_3 \rightarrow (0.1)_1$

$(0.0)_3 \rightarrow (0.1)_3$

2.2. $(0.1) \rightarrow (0.2)$

$(0.1)_1 \rightarrow (0.2)_0$

$(0.1)_1 \rightarrow (0.2)_1$

$(0.1)_3 \rightarrow (0.2)_0$

$(0.1)_3 \rightarrow (0.2)_1$

2.3. $(0.2) \rightarrow (0.3)$

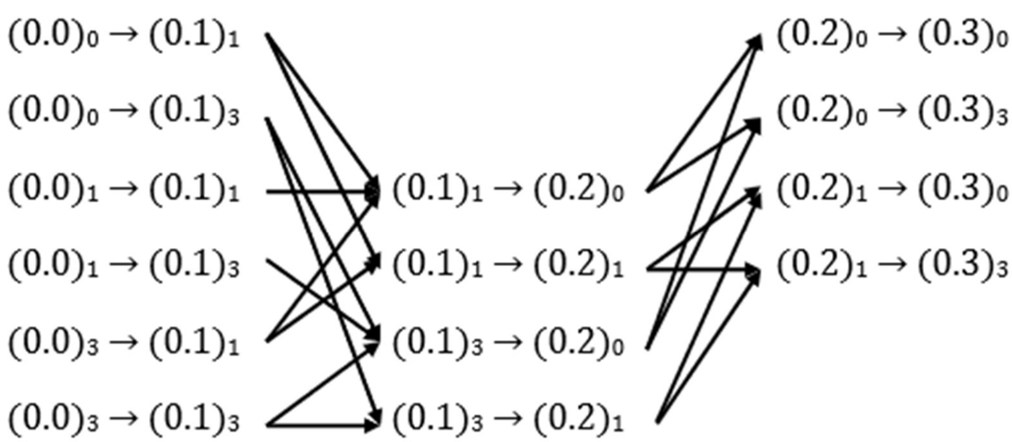
$(0.2)_0 \rightarrow (0.3)_0$

$(0.2)_0 \rightarrow (0.3)_3$

$(0.2)_1 \rightarrow (0.3)_0$

$(0.2)_1 \rightarrow (0.3)_3$

3. Das vollständige System der Abbildungen des qualitativ-quantitativen Übergangs zwischen vorthetischen Objekten und thetischen Mittel-relationen



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Kontexturierte Zeichenzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Morphismen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Problematik einer Definition komplexer Zeichen

1. Wie in Toth (2015) gezeigt, gibt es zwei Möglichkeiten, Zeichenrelationen durch reelle Primzeichen zu definieren.

1.1. Die erste Möglichkeit besteht darin, 1 als Primzahl zu definieren. Sie geht auf Bense (1981, S. 17 ff.) zurück

$P_1 = (1, 2, 3)$

und führt zur folgenden semiotischen Matrix

$M(P_1) =$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3.

1.2. Die zweite Möglichkeit besteht in der Erweiterung der positiven auf die ganzen, d.h. also auch auf die negativen Zahlen als Primzahlen und geht auf einen mündlichen Vorschlag von Dr. Engelbert Kronthaler zurück (23.4. 2015). Wir haben dann

$P_2 = (-1, 1, 2)$

mit der zugehörigen semiotischen Matrix

$M(P_2) =$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

Dabei gilt bemerkenswerterweise

$M(P_1) \cap M(P_2) = \{1.1, 1.2, 2.1, 2.2\}$.

2. Die Idee, das Zeichen als komplexe Funktion aufzufassen, allerdings nicht im Sinne der benseschen Metaobjektivation als Codomäne der Abbildung von Objekten auf Zeichen, sondern mit den beiden Extremalwerten des natürlichen und des künstlichen Zeichens, geht auf Frank (2001) zurück und wurde in Toth (2013) dargestellt. Will man jedoch die Zeichenrelation selbst über komplexen Zahlen definieren, dann gibt es zwei Möglichkeiten, von denen jedoch die naheliegende ausscheidet.

2.1. Die erste Möglichkeit besteht natürlich darin, als Menge von "Primzahlen"

$P_3 = (-i, i, -1, 1)$

mit der zugehörigen semiotischen Matrix

$M(P_3) =$

	-i	i	-1	1
-i	-i.-i	-i.i	-i.-1	-i.1
i	i.-i	i.i	i.-1	i.1
-1	-1.-i	-1.i	-1.-1	-1.1
1	1.-i	1.i	1.-1	1.1

zu definieren. Allerdings funktioniert dieses Verfahren trotz einer zugestandenermaßen hochinteressanten Matrix nicht, da natürlich

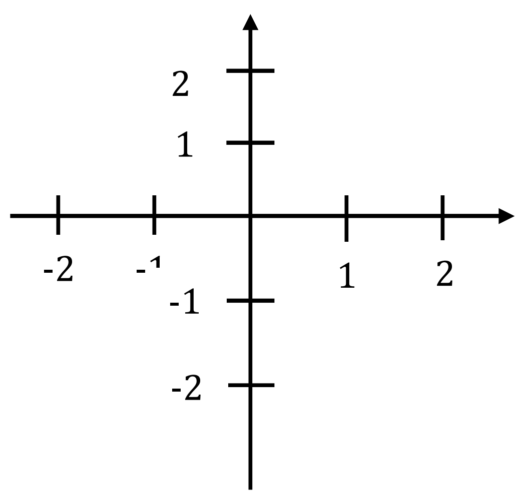
$i^2 = 1$

gilt und P_3 somit keine Primzahlrelation ist, also auch dann nicht, wenn den Geltungsbereich von Primzeichen von den positiven auf die ganzen und von den reellen auf die imaginären Zahlen ausdehnen wollte.

2.2. Die zweite Möglichkeit wurde bereits 1999 in einem Kongreß-Beitrag von mir vorgeschlagen und geht von der doppelt parametrisierten allgemeinen Form von Zeichenklassen

$DS = (\pm 3.\pm x, \pm 2.\pm y, \pm 1.\pm z) \times (\pm z.\pm 1, \pm y.\pm 2, \pm x.\pm 3)$

aus. Sie führt somit dazu, daß das Zeichen nicht mehr, wie im Falle von P_1, nur den doppelt positiven, sondern alle vier Quadranten des kartesischen Koordinatensystems einnimmt. Auch wenn diese Möglichkeit ad hoc konstruiert erscheint, so ist sie dennoch nicht zu unterschätzen, da der Wertebereich von P_3 eine Teilmenge des Wertebereichs von DS darstellt.



Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge 13/14, 2001 (Hermannstadt), S. 126-149

Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000 (= Applied Semiotics, Bd. 18). Bd. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Serta in honorem Helmar Frank. Paderborn 2013, S. 658-666

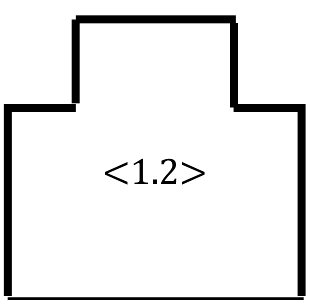
Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontotopologische Austauschrelationen

1. Eine hochinteressante und nie gewürdigte Verbindung zwischen der texttheoretischen Teiltheorie der Metapherntheorie und der von Gotthard Günther inaugurierten Polykontexturalitätstheorie stellte Max Bense her: "Gotthard Günther unterschied nun in seinem bekannten Buch 'Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik' (1960) auch zwischen aristotelischer und nichtaristotelischer Seinsthematik (...). Man bemerkt leicht, daß die Metapher bzw. die metaphorische Wendung ein textontologisches Modell dieser nichtaristotelischen Seinsthematik ist. Das Austauschverhältnis der Wörter, wie es in der Metaphorik eine Rolle spielt, ist ein Reflexionsverhältnis, das nicht bloß zwischen einer subjektiven Formulierung und einem objektiven Tatbestand unterscheidet, sondern auch den Zwischenbereich der 'Du's' postuliert" (Bense 1969, S. 120 f.).

2. Im folgenden gehen wir aus den folgenden Paaren perspektivischer Relationen, ihren Entsprechungen komplexer Zahlen und ihren systemtheoretischen Definitionen (vgl. Toth 2014).

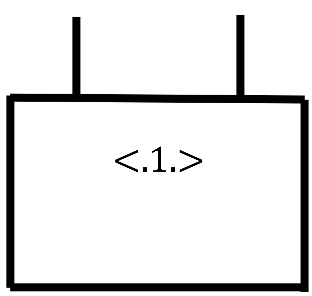
1.1. $\bar{z}$ = a – bi



Systemexessiv

Umgebungsadessiv

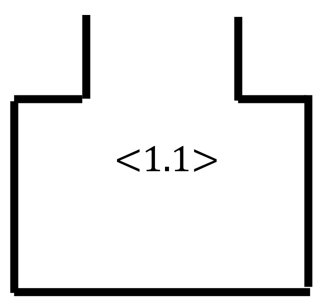
1.3. -$\bar{z}$ = -a – bi



—

Umgebungsexessiv

1.5. -$\bar{z}$ ∪ z

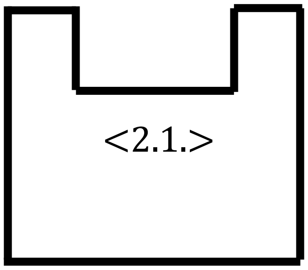


Systemexessiv

Umgebungsexessiv

$\left(\begin{array}{l} S^* = [S, R[U, S], U] \\ S^* = [U, R[U, S], S] \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{l} — \\ S^* = [U, R[S, U], S] \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{l} S^* = [S, R[U, S], U] \\ S^* = [U, R[S, U], S] \end{array}\right)$

1.2. -z = -a + bi

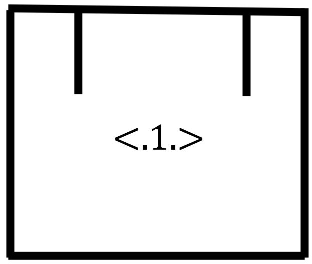


Umgebungsexessiv

Systemadessiv

$\left(\begin{array}{l} S^* = [U, R[S, U], S] \\ S^* = [S, R[S, U], U] \end{array}\right)$

1.4. z = a + bi

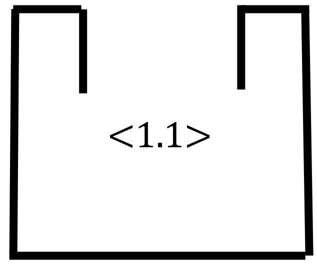


—

Systemexessiv

$\left(\begin{array}{l} — \\ S^* = [S, R[U, S], U] \end{array}\right)$

1.6. z ∪ -$\bar{z}$



Umgebungsexessiv

Systemexessiv

$\left(\begin{array}{l} S^* = [U, R[S, U], S] \\ S^* = [S, R[U, S], U] \end{array}\right)$

Keines dieser Paare der sechs ontotopologischen Grundtypen kann als bloßes Umtauschverhältnis innerhalb der aristotelischen logischen Basisdichotomie L = [0, 1], d.h. durch eine Abbildung l: 0 → 1 bzw. l^{-1}: 1 → 0 beschrieben werden, d.h. es gilt

N($\bar{z}$ = a – bi) ≠ -z = -a + bi

N(-$\bar{z}$ = -a – bi) ≠ z = a + bi

N(-$\bar{z}$ ∪ z) ≠ z ∪ -$\bar{z}$.

Das Verhältnis jedes Paares von Strukturen impliziert somit wie die Metapher es auf metasemiotischer Ebene tut, auf ontischer Ebene die Existenz eines logisch vom obligaten Ich-Subjekt der aristotelischen Logik geschiedenen Du-Subjekts innerhalb einer nicht-aristotelischen Seinsthematik. Das Problem besteht allerdings darin, wie ich schon in früheren Arbeiten gezeigt hatte, daß die von Bense im Anschluß an seine informationstheoretische entwickelte semiotische Ästhetik ebenfalls außer Stande ist, mit Du-Subjekten zu operieren und somit in Sonderheit auch keine formale Theorie der Metaphern entwickeln kann, denn auch die triadische Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ besitzt, da sie logisch 2-wertig fungiert, nur eine einzige Subjektposition, und zwar im Interpretantenbezug, der zudem nach Benses semiotischem Kommunikationsschema (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.) auf das perzipientelle Subjekt restringiert ist, während dem Objektbezug, in klassischer aristotelischer Manier, die Doppelfunktion der Repräsentation sowohl des logisches Es-Objektes als auch des expedientellen Subjektes, das damit relativ zum Ich-Subjekt des Senders ein Du-Subjekt ist, zugewiesen wird.

Bibliographie

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Ontotopologie I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Ortsfunktionale Arithmetik 3-elementiger Mengen

1. In Toth (2015a, b) hatten wir Peanozahlen auf ontische Orte abgebildet und gezeigt, daß sie genau drei Zählweisen induzieren, die wir adjazent, subjazent und transjazent bzw. linear, vertikal und diagonal genannt hatten. Da ortsfunktionale Zahlen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern dargestellt werden müssen, nehmen somit die linearen Peanozahlen nur einen sehr geringen Teil der Komplexität dieser Zahlenfelder ein, denn selbst bei der linear-adjazenten Zählweise gibt es bei n-elementigen Mengen n mögliche Einbettungsstufen. Im folgenden gehen wir von der 3-elementigen Menge von Peanozahlen P = (0, 1, 2) aus und zeigen sämtliche permutativen ortsfunktionalen Zahlenfolgen. Es dürfte klar sein, daß diese die arithmetischen Basen sowohl für die triadische Primzeichenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) als auch für die ihr isomorphe triadische Primobjektrelation (vgl. Toth 2015c) darstellen.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Einbettungsstufe E = 1

0	1	2		0	2	1		1	0	2
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø

1	2	0		2	0	1		2	1	0
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø

2.1.2. Einbettungsstufe E = 2

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	0	2	1	1	0	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	2	0	2	0	1	2	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

2.1.3. Einbettungsstufe E = 3

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	0	2	1	1	0	2

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	2	0	2	0	1	2	1	0

2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Einbettungsstufe E = 1

0	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø
1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	0	Ø	Ø
2	Ø	Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø
1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	2	Ø	Ø
2	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø
0	Ø	Ø	1	Ø	Ø	0	Ø	Ø

2.2.2. Einbettungsstufe E = 2

Ø	0	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø
Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	0	Ø
Ø	2	Ø	Ø	1	Ø	Ø	2	Ø

Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	2	Ø
Ø	2	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø
Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø	0	Ø

2.2.3. Einbettungsstufe E = 3

Ø	Ø	0	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	0
Ø	Ø	2	Ø	Ø	1	Ø	Ø	2

Ø	Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	2
Ø	Ø	2	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1
Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø	0

2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Hauptdiagonale Zählung

0	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	0	Ø
Ø	Ø	2	Ø	Ø	1	Ø	Ø	2

1	Ø	Ø	2	Ø	Ø	2	Ø	Ø
Ø	2	Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	0	Ø	Ø	1	Ø	Ø	0

2.3.2. Nebendiagonale Zählung

Ø	Ø	0		Ø	Ø	0		Ø	Ø	1
Ø	1	Ø		Ø	2	Ø		Ø	0	Ø
2	Ø	Ø		1	Ø	Ø		2	Ø	Ø

Ø	Ø	1		Ø	Ø	2		Ø	Ø	2
Ø	2	Ø		Ø	0	Ø		Ø	1	Ø
0	Ø	Ø		1	Ø	Ø		0	Ø	Ø

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Prime ontische Strukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Einbettungstheoretische Semiotik

1. Die Einführung eines Einbettungsoperators E, der jede Dichotomie der Form L = [0, 1] auf ein Quadrupel der Form

$L^4 = [[0, [1]], [[1], 0], [[0], 1], [1, [0]]]$

abbildet, bedeutet, ein differentielles Tertium in die 2-wertige Logik einzuführen, d.h. ein solches, das zwar nicht durch die Einführung eines dritten Wertes die aristotelische Logik sprengt, aber indem die beiden in L spiegelbildlichen Werte in ein vierfach mögliches Abhängigkeitsverhältnis gesetzt werden. Da die Semiotik, wie im übrigen natürlich sämtliche Wissenschaften, auf der 2-wertigen Logik beruht, bedeutet die Abbildung

$E: \quad L \rightarrow L^4$

keine Aufhebung von L, sondern dessen Einbettung in eine sehr viel komplexere Struktur, von der L lediglich einen trivialen Fall – nämlich den beliebigen Austausch der Werte von L – darstellt. Mit E geht somit auch eine Relativierung sowohl der horizontalen Linearität als auch des Nachfolgeprinzips der Peanozahlen einher, denn E bewirkt eine Abbildung eines 1-dimensionalen Zahlenstrahles auf ein 2-dimensionales Zahlenfeld, indem es somit neben horizontaler auch vertikale und zwei diagonale Zählweisen gibt. Im folgenden werden die Grundtypen einer dermaßen zu konzipierenden einbettungstheoretischen Semiotik angegeben.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Semiotik

2.1. 0-stufige Einbettung

Für n = 0 gibt es somit nur eine Ordnung O.

2.1.1. O = 1

S = [M, O, I]

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

S = [[M], O, I]	S = [I, O, [M]]
S = [M, [O], I]	S = [I, [O], M]
S = [M, O, [I]]	S = [[I], O, M]
S = [[M, O], I]	S = [I, [O, M]]
S = [M, [O, I]]	S = [[I, O], M]
S = [[M], O, [I]]	S = [[I], O, [M]]

2.2.2. O = 1

S = [[M, O, I]]	S = [[I, O, M]]

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

S = [[[M, O, I]]]

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[M]], O, I]	S = [I, O, [[M]]]
S = [M, [[O]], I]	S = [I, [[O]], M]
S = [M, O, [[I]]]	S = [[[I]], O, M]
S = [[[M, O]], I]	S = [I, [[O, M]]]
S = [M, [[O, I]]]	S = [[[I, O]], M]
S = [[[M]], O, [[I]]]	S = [[[I]], O, [[M]]]

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[M]], [O], [I]]   S = [[I], [O], [[M]]]

S = [[[O]], [M], [I]]   S = [[I], [M], [[O]]]

S = [[[I], [M], [O]]   S = [[O], [M], [[I]]]

S = [[[M, O]], [I]]   S = [[I], [[O, M]]]

S = [[[M, I]], [O]]   S = [[O], [[I, M]]]

S = [[[O, I]], [M]]   S = [[M], [[I, O]]]

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[M]], [O], I]   S = [I, [O], [[M]]]

S = [[[O]], [M], I]   S = [I, [M], [[O]]]

S = [[[I]], [M], O]   S = [O, [M], [[I]]]

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[M]], [[O]], I]   S = [I, [[O]], [[M]]]

S = [[[O]], [[M]], I]   S = [I, [[M]], [[O]]]

S = [[[I]], [[M]], O]   S = [O, [[M]], [[I]]]

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[M]], [[O]], [I]]   S = [[I], [[O]], [[M]]]

S = [[[O]], [[M]], [I]]   S = [[I], [[M]], [[O]]]

S = [[[I]], [[M]], [O]]   S = [[O], [[M]], [[I]]]

Man beachte, daß die Semiotik, wie sie von Bense auf der kategorie-theoretischen Zeichendefinition

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

begründet worden war (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67), somit der Einbettungsordnung O = (2, 1, 0) korrespondiert. Damit setzt die Semiotik also alle drei Einbettungsstufen einer dreistufigen Semiotik voraus. Sie widerspricht damit also nicht nur dem Fundierungsaxiom der klassischen Mengentheorie, sondern auch der aristotelischen Logik, und man darf daher sogar soweit gehen zu behaupten, daß die hier präsentierte einbettungstheoretische Semiotik lediglich eine "Auffaltung" des bereits in Benses Zeichendefinition enthaltenen Strukturreichtums darstellt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontische Verankerung semiotischer Relationen

1. Wie in Toth (2015a) gezeigt, kann man die Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...) funktional von einer Menge von Einbettungszahlen (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) abhängig machen

P = f(E)

und damit die lineare Folge der Peanozahlen in ein 2-dimensionales Zahlenfeld transformieren, das sich vom Zahlenfeld der komplexen Zahlen dadurch unterscheidet, daß für jedes Paar von Zahlen durch P und E eindeutig angegeben werden kann, welche Zahl kleiner und welche größer ist

	1	2	3	... → P
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	
0	1_{0}	2_{0}	3_{0}	
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	
-2	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}.	
↓ E				

2. Bildet man entsprechend die Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf P(E) ab, so erhält man

$$\begin{array}{ccccc}
(1_{m}, 1_{n}) & \subset & (1_{m}, 2_{n+1}) & \subset & (1_{m}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_{n}) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_{n}) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

d.h. jedes Subzeichen ist durch E = (m, n) ontisch lokalisiert, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	m	m+1	m+2
n	1.1	2.1	3.1
n+1	1.2	2.2	2.3
n+2	1.3	2.3	3.3 .

Der Unterschied zwischen der benseschen und der zuletzt präsentierten Matrix ist also der, daß die für vollständige Zeichenrelationen der Form $Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$, d.h. für "Relationen über Relationen" (Bense 1979, S. 53 u. 67), geltenden Selbsteinbettungen auf die die vollständigen Zeichenrelationen konstituierenden semiotischen Teilrelationen übertragen werden. Wie bereits in Toth (2015b) gezeigt, fallen dadurch konverse und duale Subzeichen nicht mehr länger zusammen, und dies gilt selbstverständlich sowohl für Dualität wie für Selbstdualität

$\times(1_{m}, 1_{n}) \neq (1_{n}, 1_{m})$

$\times(1_{m}, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 1_{n})$, usw.

Damit wird also der für jedes Objekt erforderliche Ort, den der ontische Satz

$\Omega = f(\omega)$

festlegt (vgl. Toth 2014), via thetische Einführung des Zeichens vom Objekt auf das ihm zugeordnete "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) semiotisch "mitgeführt" (Bense 1979, S. 29). Semiotische Relationen sind damit genauso wie ihre bezeichneten Objekte ontisch verankert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Nicht-Dualität von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Grundlegung einer qualitativen Semiotik

> Nur Gründe haben Folgen. Aber Gründe haben keine grundlose Tiefe; echte Gründe sind letzte Gründe. Tiefere Gründe gibt es nicht. Man erkennt die letzten Gründe an der reflexiven Autoreproduktion ihrer selbst.
>
> Max Bense

1. Die in Toth (2015a) definierte qualitative Zahl

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$,

darin x eine natürliche Zahl, z.B. eine Peanozahl, ist, E den Einbettungsoperator

$E: x \rightarrow [x]$

und ω den ontischen Ort bezeichnet, hat den außerordentlichen Vorteil, zugleich als (wohl abstraktest mögliche) Definition des Zeichens zu dienen. Man bedenke dabei, daß bereits Bense (1992) das invariante semiotische Dualsystem

$DS = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

gleichzeititg als Repräsentationsschema des Zeichens und der Zahl (sowie des, mathematisch meßbaren) ästhetischen Zustandes bestimmt hatte.

2. Damit können Zeichen genauso wie Zahlen vermöge Toth (2015b-e) in 2-dimensionalen Zeichenfeldern adjazent, subjazent und transjazent dargestellt werden.

2.1. Adjazente Zeichenfelder

$x_i \quad y_j \qquad y_i \quad x_j \qquad y_j \quad x_i \qquad x_j \quad y_i$

$\emptyset_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_j \quad \emptyset_i \qquad \emptyset_j \quad \emptyset_i$

$\times \qquad \times \qquad \times$

$\emptyset_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_j \quad \emptyset_i \qquad \emptyset_j \quad \emptyset_i$

$x_i \quad y_j \qquad y_i \quad x_j \qquad y_j \quad x_i \qquad x_j \quad y_i$

2.2. Subjazente Zeichenfelder

$x_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad x_j \qquad \emptyset_j \quad x_i \qquad x_j \quad \emptyset_i$

$y_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad y_j \qquad \emptyset_j \quad y_i \qquad y_j \quad \emptyset_i$

$\times \qquad \times \qquad \times$

$y_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad y_j \qquad \emptyset_j \quad y_i \qquad y_j \quad \emptyset_i$

$x_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad x_j \qquad \emptyset_j \quad x_i \qquad x_j \quad \emptyset_i$

2.3. Transjazente Zeichenfelder

$x_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad x_j \qquad \emptyset_j \quad x_i \qquad x_j \quad \emptyset_i$

$\emptyset_i \quad y_j \qquad y_i \quad \emptyset_j \qquad y_j \quad \emptyset_i \qquad \emptyset_j \quad y_i$

$\times \qquad \times \qquad \times$

$\emptyset_i \quad y_j \qquad y_i \quad \emptyset_j \qquad y_j \quad \emptyset_i \qquad \emptyset_j \quad y_i$

$x_i \quad \emptyset_j \qquad \emptyset_i \quad x_j \qquad \emptyset_j \quad x_i \qquad x_j \quad \emptyset_i$

Man beachte, daß jedes der 3 mal 8 Zeichenfelder verschieden ist. Die insgesamt 24 Zeichenfelder geben also für die erkenntnistheoretische (ontisch-semiotische) Basisdichotomie $E = [\Omega, Z]$, d.h. für ein Objekt, das durch ein Zeichen bezeichnet wird und ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, alle theoretisch möglichen Fälle einschließlich der wechselnden Subjektperspektiven des die thetische Einführung bzw. Metaobjektivation (vgl. Bense 1967, S. 9) vollziehenden Subjektes (anhand der Indizes i und j) an. Ob dabei $x = \Omega$ oder $x = Z$ bzw. $y = Z$ oder y = Ω gesetzt wird, ist natürlich völlig belanglos, da die ortsfunktionale Differenzierung auf dem dyadischen logischen Schema L = [0, 1] basiert, dessen Werte bekanntlich austauschbar sind (vgl. dazu Günther 2000, S. 203 f.).

3. An dieser Stelle ist ein Wort zu der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix nötig. Bekanntlich ist die peircesche Zeichenrelation eine triadische Relation über einer monadischen (.1.), einer dyadischen (.2.) und einer triadischen (.3.) Relation, so daß sich das Zeichen in seiner Drittheit also selbst enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67). Vom rein quantitativen Standpunkt des nicht durch E vermittelten logischen Schemas L = [0, 1] aus betrachtet kommen also die durch kartesische Produktbildung erzeugten Subzeichen

1.1., 2.2, 3.3

deswegen nicht in Frage, weil sie Funktionen der Form

1 = f(1)

2 = f(2)

3 = f(3)

sind (vgl. Wittgenstein, Tractatus 5.251 u. 3.333). Ebenfalls ausgeschlossen sein müssten Subzeichen der Form S = <x.y> mit y > x, d.h. die Funktionen

1 = f(2)

1 = f(3)

2 = f(3),

da eine n-stellige Relation von ihrer Valenz her keine m-stellige Relation mit m > n binden kann. Solche Funktionen sind hingegen typisch für qualitative Systeme, in denen Funktionen als ihre eigenen Argumente auftreten können. Man bedenke auch, daß die semiotische Matrix im Gegensatz zum doppelt positiven Quadranten der komplexen Zahlen anordbar ist, d.h. es handelt sich bei den Subzeichen um nicht-komplexe, aber 2-dimensionale Zahlen, denn je nach Anordnung der Matrix sind die Trichotomien adjazent, die Triaden subjazent und die beiden Diagonalen transjazent. Wie es also aussieht, ist unsere ortsfunktionale qualitative Begründung einer mathematischen Semiotik durchaus mit der ursprünglichen Intention einer mathematischen Begründung der Semiotik vereinbar, auch wenn dies bislang völlig unerkannt geblieben ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Grundlagen einer colinearen Zahlentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Qualitative semiotische Funktionen

1. Gehen wir aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix. In dieser Anordnung stellen die Trichotomien die adjazente, die Triaden die subjazente und die beiden Diagonalen die transjazente semiotische Zählweise dar

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem doppelt positiven Quadranten des komplexen Zahlenfeldes und der benseschen Matrix besteht ja darin, daß die Zeichenzahlen der letzteren im Gegensatz zu den komplexen Zahlen anordbar sind, da stets zwischen Hauptwert der Form $T_{td} = <x.>$ und Stellenwert der Form $T_{tt} = <.y>$ unterschieden wird. Das bedeutet aber, daß die aus den Peanozahlen durch kartesische Produktbildung erzeugten Subzeichen qualitative Zeichen der Form

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$

sind, wie sie in Toth (2015) definiert wurden und worin E den Einbettungsoperator E: $x \rightarrow [x]$ und ω den ontischen Ort bezeichnen. Auch wenn jedes Subzeichen relativ zu E und ω bijektiv ist, hat doch auch jedes seinen festen ontischen Ort und seine feste Einbettungsstufe. Die semiotische Matrix macht somit den Eindruck eines pseudo-quantitativen Systems vermöge "erstarrter" Qualität. Denn geht man von Z aus, so kann jedes Subzeichen 1. auf jeder Einbettungsstufe aufscheinen und 2. kann es an jedem ontischen Ort erscheinen, und d.h. Funktion jedes anderen Subzeichens sein.

2. Die für quantitative Systeme verbotene Relation einer Funktion zu seinem eigenen Argument (vgl. Wittgenstein Tractatus 5.251 u. 3.333) ist also für qualitative Systeme geradezu charakteristisch. Damit erhalten wir für die triadisch-trichotomische Zeichenrelation, mit einem entsprechenden Minimum von drei Einbettungsstufen, die folgenden qualitativen semiotischen Funktionen.

2.1. n = f(n)

1 = f(1)	2 = f(2)	3 = f(3)

2.2. n = f(n-1)

1 = f([1])	2 = f([2])	3 = f([3])

2.3. (n-1) = f(n)

[1] = f(1)	[2] = f(2)	[3] = f(3)

2.4. n = f(n-2)

1 = f([[1]])	2 = f([[2]])	3 = f([[3]])

2.5. (n-2) = f(n)

[[1]] = f(1)	[[2]] = f(2)	[[3]] = f(3)

2.6. (n-1) = f(n-2)

[1] = f([[1]])	[2] = f([[2]])	[3] = f([[3]])

2.7. (n-2) = f(n-1)

[[1]] = f([1])	[[2]] = f([2])	[[3]] = f([3])

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a
Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Eine imaginäre Zeichenrelation

1. Bekanntlich steht bei de Saussure: "Die Sprache ist sozusagen eine Algebra, die nur komplexe Termini enthält" (1967, S. 146). Helmar Frank hatte sogar die These vertreten, das Zeichen sei eine komplexe Funktion, die zu einem imaginären und einem reellen Grenzwert konvergiere (vgl. dazu Toth 2013). Die Idee einer imaginären Zeichenrelation scheint mir besser zu passen, denn das Zeichen ist seiner Natur nach eine Kopie des realen und damit auch reellen Objektes, mit dem es durch Referenz verbunden ist. Man könnte somit die Semiotik als imaginäre Gegenwelt der reellen Ontik bstimmen.

2. Wir gehen aus von den durch Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Zeichenzahlen, von Bense etwas unglücklich als Primzeichen bezeichnet

$Z_{re} = (1, 2, 3)$

und ersetzen diese reelle durch die folgende imaginäre Zeichenzahlenrelation

$Z_{im} = (1, i, -1)$.

Damit können wir folgende neue semiotische Matrix konstruieren

	1	i	-1
1	1	i	-1
i	i	-1	-i
-1	-1	-i	1.

Wie man erkennt, bestehen sowohl die Determinante als auch die Diskriminante der Matrix ausschließlich aus reellen Zeichenzahlen. Es gibt also offenbar weder eine Eigenrealität noch eine Kategorienrealität der Imaginarität.

3. Weil die über Z_{im} im Gegensatz zu der über Z_{re} konstruierten Matrix in Bezug auf die Matrixeinträge redundant ist, ist es möglich, über Z_{im} folgende drei kategorialen Identifikationen zu konstruieren.

3.1. $(1 \equiv i) = (M \equiv O)$

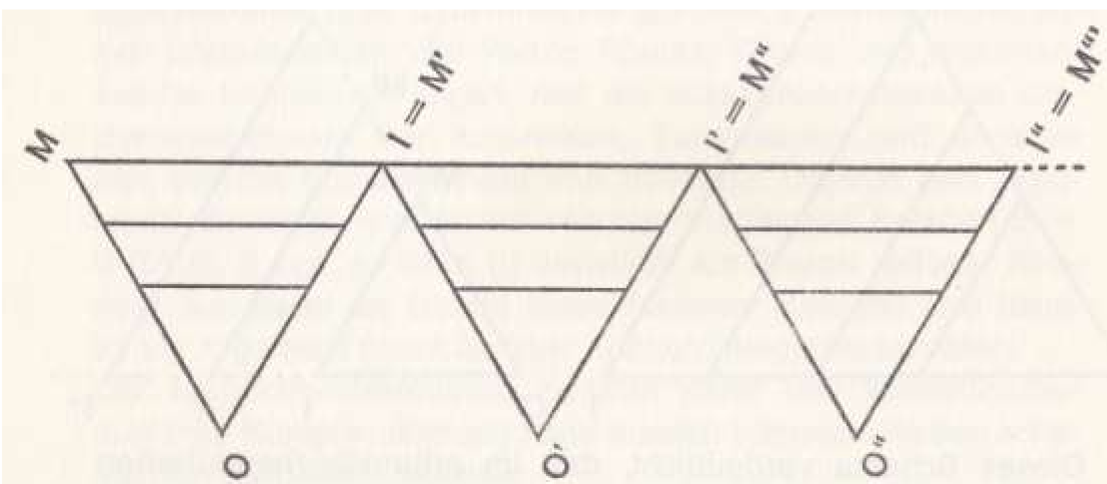
Natürliche Zeichen, Anzeichen, Symptome, Signale, Spuren, Reste.

3.2. $(i \equiv -1) = (O \equiv I)$

Sprecher-Hörer-Union, Kommunikationstheorie (Informationstheorie).

3.3. $(1 \equiv -1) = (M \equiv I)$

Allein diese kategoriale Identifikation taucht in Benses Werk auf, und zwar seit Bense (1971, S. 54) in Form des Superisationsschemas



Bibliographie

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Eine imaginäre Zeichenrelation II

1. Statt wie in Teil I (vgl. Toth 2016) vorgeschlagen, kann man auch von der folgenden imaginären Zeichenrelation

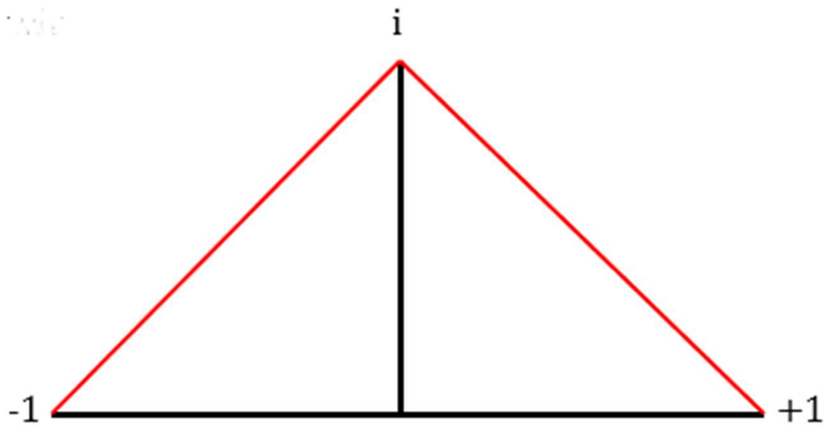
Z = (-1, i, 1)

ausgehen. Sie ist ebenfalls zweifellos prim im Sinne der von Bense (1981, S. 17) eingeführten Primzeichenrelation. Man erhält dann folgende Matrix

	-1	i	1
-1	1	-i	-1
i	-i	-1	i
1	-1	i	1,

die nun auch –i und damit alle 4 Punkte der Polarkreisdarstellung komplexer Zahlen enthält.

2. Nun hatte der inzwischen verstorbene Kybernetiker Helmar Frank bekanntlich die These vertreten, das Zeichen sei eine komplexe Funktion, die zu einem imaginären und einem reellen Grenzwert konvergiere, wobei es sich im imaginären Falle um ein natürliches, im reellen Falle um ein künstliches Zeichen handle (Frank 2001, vgl. dazu Toth 2013). Übertragen wir die Werte der imaginären semiotischen Matrix in ein Koordinatensystem, bekommen wir



Es gilt dann

konv(i) = nat. Z.

konv(0) = künstl. Z,

oder kürzer ausgedrückt:

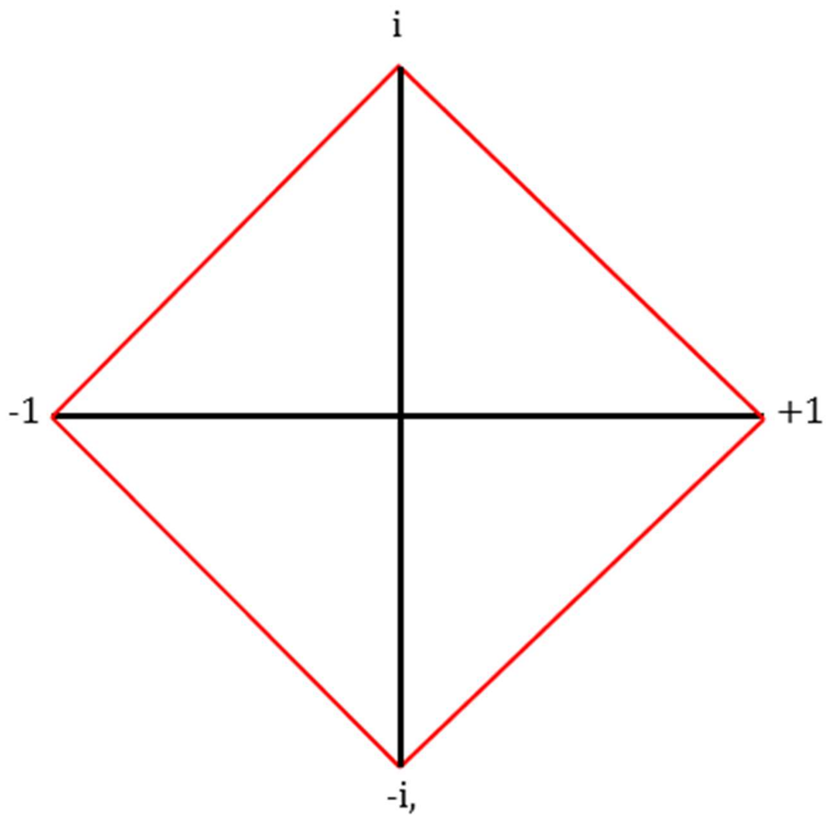
Z = (-1, i, 1)

ist die Relation des natürlichen Zeichens, und

Z = (-1, 0, 1)

ist die Relation des künstlichen Zeichens.

3. Allerdings ist es damit nicht getan, denn die vollständige Koordinatendarstellung der imaginären Zeichenfunktion sieht wie folgt aus



d.h. das natürliche Zeichen hat zwei mögliche Relationen. Neben

Z = (-1, i, 1)

noch

Z = (-1, -i, 1),

d.h. es ist dem rellen Zeichen, das nach Frank im Nullpunkt der reellen Achse konvergiert, doppelt transzendent, da es ja nicht nur zu i, sondern auch zu –i konvergieren kann.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge

13/14 (Hermannstadt), 2001 (Festschrift für Horst Schuller), S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Toth, Alfred, Eine imaginäre Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Bijektion der imaginären und der rellen semiotischen Dualysteme

1. In Toth (2016) hatten wir eine imaginäre Zeichenrelation der Form

Z = (-1, i, 1)

definiert, welche die reelle Zeichenrelation, die Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführt hatte, ersetzen könnte, zumal sich de Saussure (1967, S. 146), Frank (2001) und Toth (2013) für die Imaginarität der Zeichenrelation ausgesprochen hatten.

Die zu Z gehörige Matrix ist

	-1	i	1
-1	1	-i	-1
i	-i	-1	i
1	-1	i	1,

2. Im folgenden gehen wir von den dualen Realitätsthematiken der zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus und transformieren sie durch die ebenfalls primen Zeichenzahlen von Z. Diese werden so geordnet, daß die ersten Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied -1 ist, deren zweite Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied –i ist, und deren dritte Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied 1 ist.

3.1 1.2 1.3 → -1, -i, -1

3.1 2.2 1.3 → -1, -1, -1

3.1 2.2 2.3 → -1, -1, i

3.1 3.2 2.3 → -1, i, i

3.1 3.2 1.3 → -1, i, -1

2.1 2.2 1.3 → -i, -1, -1

2.1 1.2 1.3 → -i, -i, -1

2.1 2.2 2.3 → -i, -1, i

1.1 1.2 1.3 → 1, -i, -1

Obwohl zur ersten Gruppe von Tripel gehörig, nimmt

3.1 3.2 3.3 → -1, i, 1 = Z

eine Sonderstellung ein, denn der vollständige Interpretantenbezug fällt in der Notation mit imaginären Primzeichenzahlen mit der Definition des Zeichens zusammen. Man beachte, daß dies bei der imaginären Korrespondenz der Eigenrealitätsklasse 3.1 2.2 1.3 → -1, -1, -1 nicht der Fall ist.

Wie man sogleich erkennt, folgt trotz der "Redundanz" der imaginären Zahlenwerte in der Matrix die Bijektion der imaginären und der reellen Realitätsthematiken, dadurch vermöge Dualität auch die Bijektion imaginärer und reeller Zeichensystemen und somit der imaginären und der reellen semiotischen Dualsysteme.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge 13/14 (Hermannstadt), 2001 (Festschrift für Horst Schuller), S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Toth, Alfred, Eine imaginäre Zeichenrelation I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Ein System von qualitativen Differenzen für kategoriale Nullheit

1. Dieser Beitrag nimmt auf eine der zahlreichen, von Bense sehr früh gesehenen, später aber nicht mehr wieder aufgenommenen Probleme der Theoretischen Semiotik Bezug, dasjenige der kategorialen Nullheit bzw. den dieser Ebene zugehörigen präsemiotischen Raum der "disponiblen" bzw. "präthetischen" Vor-Zeichen (vgl. Bense 1975, S. 39 ff., 45 ff., 64 ff.).

2. Die Einführung der peirceschen, als fundamental bezeichneten Kategorien erfolgt axiomatisch, niemand hat dies besser gezeigt als Bense selber (vgl. Bense 1981, 150 ff.), der zwischen Definitionen, Postulaten und Präaxiomen unterschieden, den Begriff der Axiomatik selbst aber aus logischen Gründen vermieden hat, da nur Quantitäten logisch axiomatisch sind, Zeichen als Qualitäten daher angeblich nicht axiomatisch einführbar sind. Dennoch lautet das Basisaxiom der Semiotik: "Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt. Die Differenz zwischen der Immanenz der Ontik (der Objekte) und der Transzendenz der Semiotik (der Zeichen) wird axiomatisch festgelegt, sie ist nicht das Ergebnis einer logischen oder semiotischen "Ableitung" und hat in der Semiotik den selben Stellenwert wie die drei Grundgesetze des Denkens in der Logik.

3. Die Einführung des Zeichens erfolgt historisch gesehen dadurch, daß die Kaetegorientafeln der Philosophie auf nur drei Kategorien: Möglichkeit oder Erstheit, Wirklichkeit oder Zweitheit und Notwendigkeit oder Drittheit reduziert werden. Bense hat diese drei

Kategorien später (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) explizit als "Primzeichen" oder besser: als Zeichenzahlen eingeführt, d.h. als eine besondere Form der qualitativen Zahlen, um die sich weder in der Semiotik, noch in der polykontexturalen Logik, noch in der Mathematik später jemand gekümmert hat und unterschied zwischen kardinalen, ordinalen und relationalen Zeichenzahlen (1981, S. 26). Zu den bemerkenswertesten qualitativen Eigenschaften dieser qualitativen Zahlen gehört die Möglichkeit, daß sie nicht nur als Einzelzahlen, sondern auch als kartesische Produkte relativ genau determinierte Qualitäten bezeichnen und daß sie qualitativ nicht konvertierbar sind. So bezeichnet etwa das kartesische Produkt der ordinalen 2 und der kardinalen 1, d.h. die Zahl (2.1), ein "Bild", während das konverse kartesische Produkt, d.h. die Zahl (1.2), eine "singuläre Qualität" bezeichnet.

4. Dennoch hängt die Einführung der simplizialen qualitativen Zahlen 1, 2 und 3 und der komplexen qualitativen Zahlen (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2) und (3.3) in der Luft, denn sie definieren ja paarweise gleichzeitig quantitative und qualitative Differenzen

1 : 1

1 : 2

1 : 3

(1.1) : (1.2)

(1.2) : (1.3), usw.,

und die Differenzen der Form

1 : (1.1)

2: (2.2)

3: (3.3)

nehmen dabei einen ganz besonderen Stellenwert ein. Wie wir seit Spencer-Brown's Untersuchungen zur Logik der Form (1969) wissen, muß ein Etwas gegeben sein, bevor es durch eine Differenz in Etwas anderes transformiert werden kann. Dabei kann es sich ontisch um eine Umgebung handeln, auf welche ein System gebaut wird, es kann sich semiotisch um ein Objekt handeln, auf welches durch ein Zeichen referiert wird, es kann sich aber auch mathematisch um eine Zahl handeln, die halbiert wird. In Sonderheit läßt die Differenz

________ → ____|____

zwei völlig verschiedene Interpretationen zu:

1. Ein Ganzes durch in zwei Teile dieses Ganzen so geteilt, daß die beiden Teile zusammen das Ganze ergeben.

2. Ein Ganzes durch in zwei Teile dieses Ganzen so geteilt, daß die beiden Teile zusammen nicht das Ganze ergeben.

Im zweiten Falle ist aber nicht die Frage wichtig, ob die Teilung hyper- oder hypoadditiv ist, sondern ob die Teilung im Gegensatz zum ersten Falle qualitativ wirkt. Dieser Fall ist nun genau der, mittels dessen man die qualitativen Zeichenzahlen über der kategorialen Nullheit als Basis einführen kann. Dies kann, wie man leicht einsieht, nur mit Hilfe von Differenzoperatoren geschehen, da die kategoriale nullheitliche Basis des "präsemiotischen Raumes" (Bense) ja konstant bleibt. Wir definieren daher das folgende System von qualitativen Differenzoperatoren

$|_{id1}$, $|_{id2}$, $|_{id3}$

$|_{id1}(\_) = (1.1)$

$|_{id2}(\_) = (2.2)$

$|_{id3}(\_) = (3.3)$.

$|_{id1|2}, |_{id1|3}, |_{id2|1}, |_{id2|3}, |_{id3|1}, |_{id3|2}$

$|_{id1|2}(\_) = (1.2)$

$|_{id1|3}(\_) = (1.3)$

$|_{id2|1}(\_) = (2.1)$.

$|_{id2|3}(\_) = (2.3)$

$|_{id3|1}(\_) = (3.1)$

$|_{id3|2}(\_) = (3.2)$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Spencer-Brown, George, Laws of Form. London 1969

Kleine qualitative Arithmetik der Zeichenzahlen

1. In seiner Konzeption einer qualitativen semiotischen Mathematik, die sich hinter der erst 1980 eingeführten Relation der Primzeichen verbirgt (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), nimmt Bense folgende Abbildungen zwischen den Zeichenzahlen und ihren Qualitäten vor, die wir hier in der Form von Sätzen formulieren (vgl. Toth 2016).

1.2.1. Qualitäten (1) werden kardinal gezählt.

1.2.2. Objekte (2) werden ordinal gezählt.

1.2.3. Konnexe (3) werden relational gezählt.

2. Da die peircesche Basisrelation

$Z = (1, 2, 3)$

lautet, gilt also für die qualitative Ordnungsrelation

$K < O < R$.

2.1.1. Für simpliziale Zahlen

$1 < 2 < 3$

2.1.2. Für komplexe Zahlen

2.1.2.1. Für kategorial homogene Zahlen

$1.1 < 2.2 < 3.3$

2.1.2.2. Für kategoriale inhomogene Zahlen

2.1.2.2.1. Trichotomien

$1.1 < 1.2 < 1.3$

$2.1 < 2.2 < 1.3$

$3.1 < 3.2 < 3.2$

2.1.2.2.2. Triaden

$1.1 < 2.1 < 3.1$

$1.2 < 2.2 < 3.2$

$1.3 < 2.3 < 3.3$

2.1.2.2.3. Trichotomische Triaden und triadische Trichotomien

$1.2 < 2.1 \mid 2.1 > 1.2$

$1.3 < 3.1 \mid 3.1 > 1.3$

$2.3 < 3.2 \mid 3.2 > 2.3$

Daraus erhalten wir folgenden

SATZ. Die Anordnungsaxiome sind für qualitative Zeichenzahlen gültig.

3. Die quantitativen Grundrechenarten sind für qualitative Zeichenzahlen ungültig. Es gelten die folgenden Sätze der Verbandstheorie.

3.1. Qualitative Addition

$1 \oplus 1 = 1$

$1 \oplus 2 = 2 = 2 \oplus 1$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1$

$2 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 2$

$1 \oplus 3 = 3 = 3 \oplus 1.$

3.2. Qualitative Subtraktion

$3 \ominus 1 = 1$

$3 \ominus 2 = 2$

$3 \ominus 3 = 3$

$1 \ominus 1 = 1 \ominus 2 = 1 \ominus 3 = 1.$

4. Für die komplexen qualitativen Zahlen ist zwischen den folgenden mengentheoretischen Inklusionen zu unterscheiden

$K < O, O < R, K < R$

$K < (O < R).$

Für den zweiten Fall gilt für Zahlen der Form P = <x.y> ein Gesetz der konstanten oder steigenden y-Werte bei fallenden x-Werten.

Z.B. gilt für die nicht-inklusiven Fälle

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3)

(1.2, 1.1), (1.3, 1.2), (1.3, 1.1),

aber für die inklusiven Fälle gelten davon nur

(1.1, 1.2), (1.2, 1.3), (1.1, 1.3).

Es handelt sich hier natürlich um nichts anderes als um das peircesche Gesetz der inklusiven trichotomischen Ordnung bei Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken. Daher gelten Zeichenklassen wie z.B. (3.1, 2.1, 1.1) oder (3.1, 2.2, 1.2) als regulär, solche wie z.B. (3.2, 2.1, 1.1) oder (3.2, 2.1, 1.2) jedoch nicht. Es sei jedoch hervorgehoben, daß es weder vom Standpunkt der quantitativen noch von demjenigen der qualitativen Arithmetik Gründe gibt, welche dieses Gesetz rechtfertigen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die qualitative Zahl des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, 2016

Komplexe semiotische Zahlen

1. In einem Vortrag mit dem Titel "Die qualitative Zahl" hatte der 2014 verewigte Berliner Mathematiker Dr. Gerhard G. Thomas die qualitative Zahl der von Gotthard Günther begründeten polykontexturalen Logik als "komplexe Zahl"

Q = (Ort, Symbol, Relation, Struktur, Wandel)

definiert. Wie bekannt, ist Q eine Gestaltzahl, die in drei verschiedenen Zählweisen auftritt (vgl. Günther 1979, S. 283 ff.). Als Protozahl zählt für die Kategorie Symbol von Q lediglich deren Kardinalität. Als Deuterozahl zählt für die Kategorie Symbol von Q nur die Verteilung der Symbole. (Damit ist allerdings die Kardinalität eingeschlossen.) Erst als Tritozahl wird die Position der Symbole innerhalb von Q relevant. Diese drei Gestaltzahlen, die durch Q einheitlich definiert wurden, sind somit nach den übrigen Kategorien von Q spezifizierte Peanozahlen, d.h. man kann die Peanozahlen auf Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen abbilden wie man umgekehrt Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen auf Peanozahlen abbilden kann.

So lauten die Peano-Zahlen P = (0, 1, 2, 3)

als Proto-Zahlen

0, (00, 01), (000, 001, 002), (0000, 0001, 0012, 0123),

als Deutero-Zahlen

0, (00, 01), (000, 001, 002), (0000, 0001, 0011, 0012, 0123)

und als Trito-Zahlen

0, (00, 01), (000, 001, 010, 011, 012), (0000, 0001, 0010, 0011, 0012, 0100, 0101, 0102, 0110, 0111, 0112, 0120, 0121, 0122, 0123).

2. Qualitative Zahlen der Form

$R = P(\omega)$

sind die in Toth (2016) zuletzt behandelten ortsfunktionalen Zahlen. Wie man sieht, sind sie Teilstrukturen von Q, mit denen sie allerdings nur den Ort ω gemeinsam haben. Sie sind daher auch keine Gestaltzahlen, sondern eine Art von "geometrischen" Zahlen, für die sich drei Zählweisen unterscheiden lassen: die lineare oder adjazente, die orthogonale oder subjazente und die diagonale oder transjazente. Wegen der großen Vielfalt der ortsfunktionalen Zahlen sollen im folgenden lediglich die Peano-Zahlen P = (0, 1) auf diese von uns R-Zahlen genannten Zahlen abgebildet werden.

So lauten die Peano-Zahlen P = (0, 1) als adjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i,
\end{array}$$

als subjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i
\end{array}$$

und als transjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{cccccccccccc} x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\ Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\ & & \times & & & \times & & & \times & & \\ Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\ x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i. \end{array}$$

Wie man erkennt, liegt der wesentliche Unterschied zwischen den beiden komplexen qualitativen Zahlen

Q = (Ort, Symbol, Relation, Struktur, Wandel)

und

$R = P(\omega)$

darin, daß in R sowohl die logische Subjekt- als auch die logische Objekt-Position iteriert werden kann, während in Q nur die logische Subjekt-Position iterierbar ist. Der Grund dafür liegt darin, daß in Q für jede Kontextur die zweiwertige aristotelische Logik unangetastet weiterhin gilt, d.h. es wird sowohl in der mono- als auch in der polykontexturalen Logik von der Dichotomie

$L = [0, 1]$

ausgegangen, für die das Grundgesetz des Tertium non datur die Unvermitteltheit der beiden Werte garantiert. Dagegen basieren die R-Zahlen nicht auf absoluten Werten für subjektive Subjekte und für objektive Objekte, sondern auf subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, d.h. beim Übergang von den Peano-Zahlen zu den R-Zahlen (nicht aber zu den Q-Zahlen!) findet die Transformation

$$L \to \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{array} \right)$$

statt.

3. Eine ganz besondere Stellung unter den bis heute bekannten qualitativen Zahlen nehmen die von Max Bense definierten "Zeichenzahlen" ein, die er, wohl etwas unglücklich, auch und hauptsächlich als "Primzeichen" einführte (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Darin werden die drei Kategorien der numerischen peirceschen Zeichen-Relation

Z = (.1., .2., .3.)

(lies: Erstheit, Zweitheit, Drittheit) wie folgt auf mathematische Zahlen abgebildet

.1. → n Kardinalzahlen

.2. → n. Ordinalzahlen

.3. → <n> Relationszahlen

(die Notation der drei Zahlen stammt von uns), wobei Bense die drei Abbildungen wie folgt definiert (1981, S. 26)

f: (.1. → n) "Repräsentation als Mächtigkeit"

g: (.2. → n.) "Repräsentation als Nachfolge"

h: (.3. → <n>) "Repräsentation als Konnex".

Da Bense als Beispiele für Konnex "Folge, Reihe, Gleichung, Funktion" angibt (a.a.O.), verbleibt die Qualität dieser Zeichenzahlen innerhalb der Monokontexturalität der quantitativen Mathematiken der Peano-Zahlen. Daß dies die Intention Benses war, geht am deutlichsten aus seiner expliziten Einführung der numerischen Zeichenrelation mit Hilfe der Peano-Axiome hervor (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.). Qualitativ sind diese Zahlen also lediglich durch die Abbldungen f, g, h, welche einen expliziten Zusammenhang zwischen der Qualität der Zeichen als Domänen- und der Quantität der Zahlen als Codomänenelementen etablieren.

Man kann nun aber einen Schritt weitergehen und die benseschen Zeichenzahlen ebenfalls als komplexe Zahlen definieren. Wir wollen sie S-Zahlen nennen

$S_1 = (n, M)$

$S_2 = (n., O)$

$S_3 = (<n>, I)$,

darin M, O und I für die peirceschen semiotischen Kategorien des Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezuges stehen. Da

$M \rightarrow O := \alpha$

$O \rightarrow I := \beta$

gilt (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), kann

$S = (S_1, S_2, S_3)$

in kategorietheoretischer Notation durch

$S_1 \rightarrow S_2 = ((n \rightarrow n.)\ \alpha)$

$S_2 \rightarrow S_3 = ((n. \rightarrow <n>)\ \beta)$

und somit die ganze S-Relation vermöge Transitivität durch

$S = S_1 \rightarrow S_3 = (n \rightarrow <n>, \beta\alpha)$

mit der Konversen

$S^{-1} = S_3 \rightarrow S_1 = (<n> \rightarrow n, \alpha°\beta°)$

definiert werden. Während Abbildungen der Q- auf die R-Zahlen bzw. umgekehrt weitgehend unerforscht sind, war es Rudolf Kaehrs Verdienst, durch Kontexturierung der Zeichenzahlen eine polykontexturale Semiotik wenigstens in ihren wichtigsten Grundlagen eingeführt zu haben (vgl. Kaehr 2009), und zwar in engster vierjähriger Zusammenarbeit zwischen dem von Rudolf Kaehr geleiteten ThinkartLab und meinem STL (semiotisch-technischen Laboratorium) in den Jahren 2008 bis 2012. Das bedeutet also, daß die S-Zahlen auf die Q-Zahlen und umgekehrt abbildbar sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Thomas, Gerhard G., Die qualitative Zahl. Harmonik-Vortrag, 12.7.1997

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Zu einer kategorial-einbettungstheoretischen Semiotik

1. Die für die Ontik zuständige qualitative Arithmetik (vgl. Toth 2015) kennt bekanntlich nicht nur die quantitative Zählweise der Peanozahlen, sondern drei 2-dimensionale Zählweisen, die als adjazente, subjazente und transjazente bezeichnet worden waren, deren allgemeine Zählschemata wie folgt sind.

1.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

1.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

1.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

2. Man kann also, sehr vereinfacht ausgedrückt, jedes horizontale, vertikale oder diagonale Paar von qualitativen Zahlen der Form Z = (x, y) durch Anwendung eines Einbettungsoperators E vermöge einer Funktion

e: E → Z

definieren. Im folgenden sollen einige allgemeine Grundlagen einer (im übrigen äußerst komplexen) qualitativ-arithmetischen Einbettungstheorie dargestellt werden.

2.1. Keine Einbettung

Z = R(1, 2, 3)

2.2. Einbettungen

2.2.1. Gleichstufige Einbettungen

2.2.1.1. Nur 1 Relatum eingebettet

Z = R((1), 2, 3)

Z = R(1, (2), 3)

Z = R(1, 2, (3))

2.2.1.2. 2 Relata eingebettet

Z = R((1), (2,) 3)

Z = R(1, (2), (3))

Z = R((1), 2, (3))

2.2.1.3. Alle 3 Relata eingebettet

Z = R((1), (2), (3))

2.2.2. Verschiedenstufige Einbettungen

2.2.2.1. Nur 1 Relatum eingebettet

Z = R((1), 2, 3) ≠ R(((1)), 2, 3) ≠ R((((1))), 2, 3), usw.

Z = R(1, (2), 3) ≠ R(1, ((2)), 3) ≠ R(1, (((2))), 3), usw.

Z = R(1, 2, (3)) ≠ R(1, 2, ((3))) ≠ R(1, 2, (((3)))), usw.

2.2.2.2. 2 Relata eingebettet

$Z = R((1, (2)), 3)$

$Z = R(1, (2, (3)))$

$Z = R((1), 2, ((3)))$

$Z = R((1, ((2))), 3)$

$Z = R(1, (2, ((3))))$

$Z = R((1), 2, ()(3))))$

$Z = R(((1), ((2))), 3)$

$Z = R(1, ((2), ((3))))$

$Z = R(((1)), 2, (((3))))$

2.2.2.3. Alle 3 Relata eingebettet

$Z = ((1), ((2)), (((3))))$

und jeweils alle Permutationen, d.h. also nicht nur die zu den peirce-benseschen Zeichenklassen (Z = ZKl) der Form

ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)

dualen Realitätsthematiken (Z = RTh) der Form

×ZKl = RTh = (z.1, y.2, x.3),

sondern auch weiteren Permutationen der Formen

$Z = (3.x, 1.y, 2.z)$ mit $Z^{-1} = (z.2, y.1, x.3)$,

$Z = (2.x, 3.y, 1.z)$ mit $Z^{-1} = (z.1, y.3, x.2)$,

$Z = (2.x, 1.y, 3.z)$ mit $Z^{-1} = (z.3, y.1, x.2)$.

Die von Bense (1979, S. 53 u. 67) definierte Zeichenrelation hat demnach die Form

$Z = (1, (2, (3)))$

und besteht aus einer Folge von Einbettungen der Form

$E = (E^1, E^2, E^3)$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf 3 In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Das System der Raumsemiotik

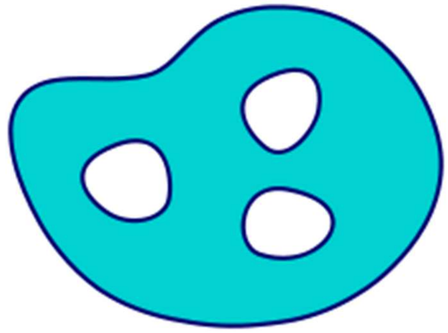
1. Wir hatten bereits in Toth (2017a) darauf hingewiesen, daß Benses Wörterbuch-Lemma „semiotischer Raum“ ein raumsemiotisches Modell lediglich für die Objekttrichotomie, nicht aber für die Mittel- und die Interpretantentrichotomie des Zeichens bringt und somit natürlich keine vollständige Raumsemiotik sein kann. Wir wiederholen hier die drei objektrelationalen Definitionen Benses (ap. Bense/Walther 1973, S. 80).

Definition des Icons: Jedes Icon teilt den semiotischen Raum des Repertoires in zwei Bereiche (z.B. in Übereinstimmungsmerkmale und Nichtübereinstimmungsmerkmale bzw. inhärente und nicht.inhärente Prädikate).

Definition des Index: Jeder Index stellt die Verknöpfung zweier beliebiger Elemente des semiotischen Raums des Repertoires dar (ein Weg als Index, bezeichnet durch den Wegweiser, verknüpft stets zwei Örter).

Definition des Symbols: Jedes Symbol ist eine Darstellung des semiotischen Raumes als pures Repertoires. (Bense/Walther 1973, S. 80).

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2015a) gezeigt, daß die Triade von System, Abbildung und Repertoire nicht einmal ausreicht, um die topologische Differenzierung zwischen System und Umgebung zu repräsentieren, denn der Rand bleibt in Benses Objektrelation natürlich undefinierbar, da er interpretantenreal ist. So können wir etwa sagen, in der folgenden Abbildung



stehen die weißen Flächen für Systeme. Dann ist die blaue Fläche die Vereinigungsmenge der Umgebungen dieser Systeme, aber die das Gesamt aus Systemen und Umgebung(en) einfassende Linie, der Rand, ist natürlich weder ein System, noch eine Abbildung und auch kein Repertoire, d.h. wir stehen hier bereits mit der elementaren Systenmdefinition

$S^* = (S, U, E)$

an einem Punkt, an dem es nötig ist, auch den Interpretantenbezug des Zeichens raumsemiotisch zu deuten. Es scheint sich, wie andernorts bereits ausgeführt, so zu verhalten, daß den drei Zeichenbezügen im Rahmen einer Raumsemiotik die folgenden drei Teilgebiete der Mathematik zugeordnet werden können

Mittelbezug:	Zeichenklassifikation nach der Arithmetik der Zeichen
Objektbezug:	Zeichenklassifikation nach der Algebra der Zeichen
Interpretantenbezug:	Zeichenklassifikation nach der Topologie der Zeichen.

In Sonderheit hat es also der semiotische Mittelbezug nur mit der Form der Zeichen zu tun. Das in Toth (2017b) vorgeschlagene Klassifikationsmodell einer vollständigen kategorialen Raumsemiotik sieht daher wie folgt aus.

Materiale Relation
Strukturale Relation
Objektale Relation

Systemische Relation
Abbildungstheoretische Relation
Repertoirielle Relation

Offene Relation
Halboffene Relation
Abgeschlossene Relation

Man beachte, daß dieses raumsemiotische Modell auch in seiner Objektrelation universell ist, d.h. es kann auch ein System als Abbildung (Passage) oder als Repertoire (Bühne), eine Abbildung als System (Brücke) oder als Repertoire (Eisbahn) auftreten.

3. Dieses raumsemiotische Klassifikationsmodell kategorisiert architektonische und städtebauliche Objekte unabhängig von ihrer ontischen Realität, d.h. es setzt voraus, daß wir es bei den Häusern, Wegen, Plätze, Zäunen usw. nicht mit Objekten, sondern mit Zeichen zu tun haben. Dies ist aber natürlich nur dann korrekt, wenn ein Objekt explizit, d.h. thetisch als Zeichen eingeführt ist, denn es gibt keine nicht-erklärten Zeichen (vgl. Toth 2015b). Tatsächlich aber ist es so, daß ein Haus nicht dazu gebaut wurde, um als Icon zu dienen, sondern um von Subjekten bewohnt zu werden, eine Abbildung, um von einem ontischen Ort A zu einem

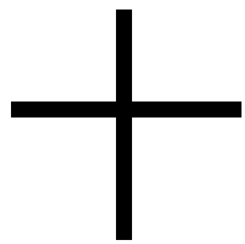
ontischen Ort B zu führen und ein Repertoire als reales Stück Land dient, das als Leerform für eine ontische Belegung, d.h. als Form eines Systems, einer Abbildung oder eines anderen Repertoires, dienen kann. Eine Raumsemiotik, die allein auf dem Zeichenbegriff basiert, wie er in der pansemiotischen Theorie von Peirce bzw. im „Universum der Zeichen" von Bense (vgl. Bense 1983) verwendet wird, ist daher etwa soviel wert wie eine Reise durch ein fernes Land in Form des Durchschauens eines Bildbandes über dieses Land.

Wir benötigen daher spezifisch ontische Funktionen, welche die Objekte, die wir innerhalb der Raumsemiotik semiotisch repräsentieren, in ihrer Präsentation determinieren. Diese präsentativen Eigenschaften gehen natürlich bei der Metaobjektivation, d.h. der Transformation von der Präsentation zur Repräsentation, verloren, aber sie erlauben es uns, ontische Funktionen für Objekte zu definieren, welche die semiotische Repräsentation dieser Objekte durch Zeichen nicht zu einer „Verdoppelung der Welt" in der Form einer Menge von wertlosen Surrogaten verkommen läßt. Es handelt sich hier um einige der in Toth (2016) definierten als invariant nachgewiesenen Objektrelationen. Ihre ursprüngliche Anzahl von 8 Relationen reduziert sich wegen des nun vorhandenen vollständigen triadisch-trichotomischen raumsemiotischen Modelles.

Positionen:	Linear:	$C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$
	Orthogonal:	$R = (Ad, Adj, Ex)$
Lagerelationen:		$L = (Ex, Ad, In)$
Ortsfunktionalität:		$Q = (Adj, Subj, Transj)$

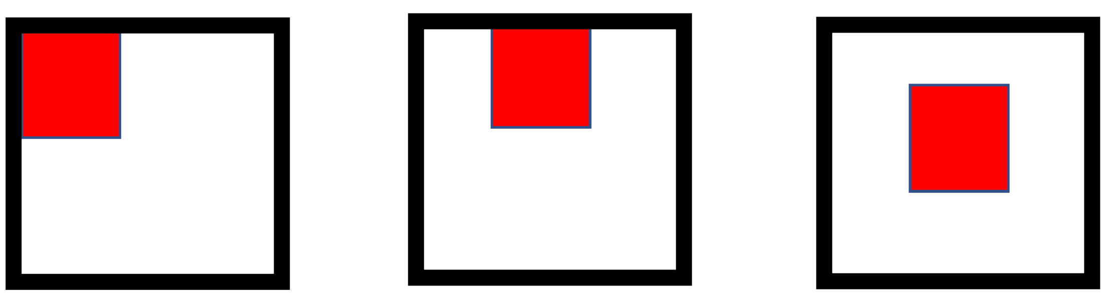
Ordination: $O = (Sub, Koo, Sup)$

3.1. Objekte können also relativ zu ihrer Position (links, Mitte, recht) oder vorn, Mitte, hinten bestimmt werden, d.h. nach der Form



und somit zwei- bzw. dreidimensional. So kann etwa ein Haus einen Anbau links oder rechts oder einen Vorbau haben. Ein Eingang kann links, mittig oder rechts sein, usw.

3.2. Objekte können ferner lagerelational, d.h. relativ zu ihrer Einbettung in ein System bzw. Teilsystem, bestimmt werden. Sie können exessiv, adessiv oder inessiv sein.



3.3. Für Zahlen, die semiotisch gesehen Mittelbezüge von Zeichen und damit natürlich reine Quantitäten sind, genügt die lineare Zählweise des Peano-„Gänsemarsches". Wie man aber weiß, sind etwa Häuser keineswegs nur linear angeordnet, sie können vor und hinter anderen Häusern und auf alle möglichen Arten quer stehen. Wie in Toth (2015c) nachgewiesen, gibt es jedoch nur 3 Zählweisen, welche diesen qualitativen Ordnungen von Objekten invariant sind, und wir nannten sie adjazent (links-rechts), subjazent (vorn-hinten) und transjazent (beide Diagonalen).

3.3.1. Adjazente Zählweise

x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i
$\varnothing_i$	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	$\varnothing_j$		$\varnothing_j$	$\varnothing_i$		$\varnothing_j$	$\varnothing_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\varnothing_i$	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	$\varnothing_j$		$\varnothing_j$	$\varnothing_i$		$\varnothing_j$	$\varnothing_i$
x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i

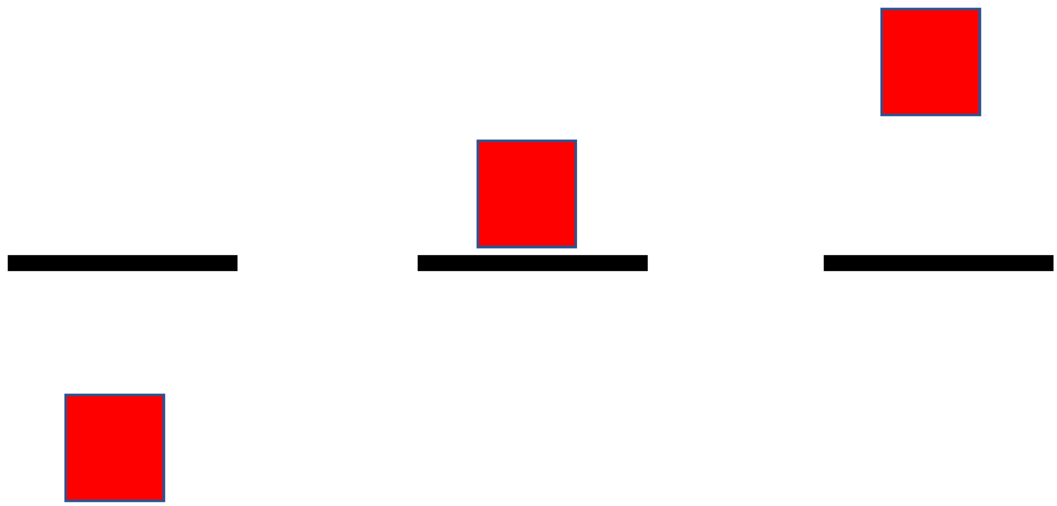
3.3.2. Subjazente Zählweise

x_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	x_j		$\varnothing_j$	x_i		x_j	$\varnothing_i$
y_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	y_j		$\varnothing_j$	y_i		y_j	$\varnothing_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	y_j		$\varnothing_j$	y_i		y_j	$\varnothing_i$
x_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	x_j		$\varnothing_j$	x_i		x_j	$\varnothing_i$

3.3.3. Transjazente Zählweise

x_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	x_j		$\varnothing_j$	x_i		x_j	$\varnothing_i$
$\varnothing_i$	y_j		y_i	$\varnothing_j$		y_j	$\varnothing_i$		$\varnothing_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\varnothing_i$	y_j		y_i	$\varnothing_j$		y_j	$\varnothing_i$		$\varnothing_j$	y_i
x_i	$\varnothing_j$		$\varnothing_i$	x_j		$\varnothing_j$	x_i		x_j	$\varnothing_i$1

3.4. Die Ordination bestimmt, ob Objekte auf einer Ebene, unterhalb oder oberhalb dieser Ebene, die natürlich von Fall zu Fall als Referenzebene zu bestimmen ist, plaziert werden. Entsprechend wird unterschieden zwischen Subordination, Koordination und Superordination.



4. Das vollständige System der ontisch determinierten Raumsemiotik, das, wie gezeigt, aus invarianten Relationen besteht und somit redundanzfrei ist, unterscheidet demnach folgende ontisch-semiotische Funktionen. Man kann sie als Grundlage eines neuen Typs von Grammatiken nehmen, deren Elemente nicht Zeichen, sondern Objekte sind.

Mat = f(C, R, L, Q, O)
Str = f(C, R, L, Q, O)
Obj = f(C, R, L, Q, O)

Sys = f(C, R, L, Q, O)
Abb = f(C, R, L, Q, O)
Rep = f(C, R, L, Q, O)

Off = f(C, R, L, Q, O)
Hal = f(C, R, L, Q, O)
Abg = f(C, R, L, Q, O)

mit

$C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$

R = (Ad, Adj, Ex)

L = (Ex, Ad, In)

Q = (Adj, Subj, Transj)

O = (Sub, Koo, Sup).

Es gibt somit genau 9 mal 15 = 135 ontisch-semiotische Abbildungen.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Was kann eine Raumsemiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Klassifikation durch Kategorisation I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

Topologische Zahlen I

1. Im folgenden werden topologische Zahlen als eine neue Art von qualitativen Zahlen in die Ontik und damit, qua Isomorphie, auch in die Semiotik eingeführt. Man erinnere sich an die Dreiteilung des ontischen Präsentationsschemas (vgl. Toth 2016)

1. Arithmetische Relation

M = (Mat, Str, Obj)

2. Algebraische Relation

O = (Sys, Abb, Rep)

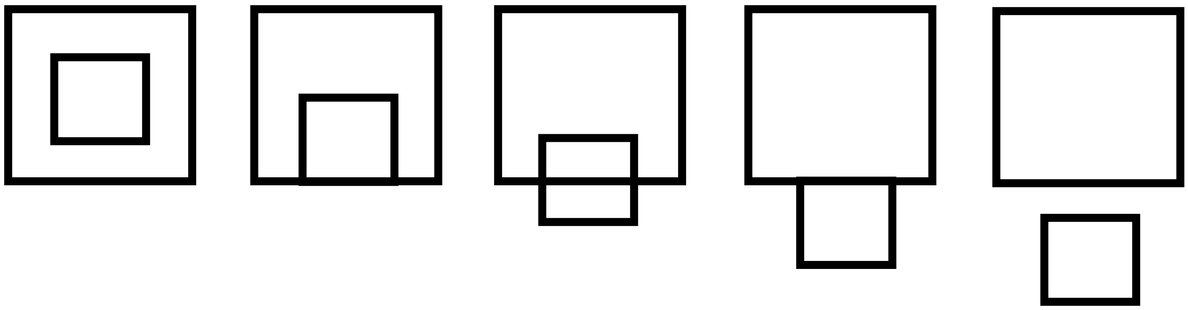
3. Topologische Relation

I = (Off, Hal, Abg).

Während eine qualitative Algebra der Ontik weiterhin aussteht und eine relativ ausgebaute Arithmetik der Ontik seit Toth (2015a) vorliegt, gab es bislang nur eine (geometrische) Topologie der Ontik, auch Ontotopologie genannt (vgl. Toth 2015b). Im folgenden werden alle möglichen ontotopologischen invarianten Strukturen Zahlausdrücken zugeordnet, die jedoch, obwohl sie 2-dimensio-nale Zahlen sind, nicht-komplex sind. Es wird unterschieden zwischen Offenheit, Halboffenheit und Abgeschlossenheit von Systemen und Umgebungen. Da die letzteren konvertierbar sind, wie ein bekannter Satz der Ontik besagt, wurden in beiden Fällen Quadrate als Grundfiguren gewählt, die innerhalb der triadischen ontischen Relationen systematisch „abgebaut“ werden und daher „mnemotechnisch“ besonders eingängig sein dürften.

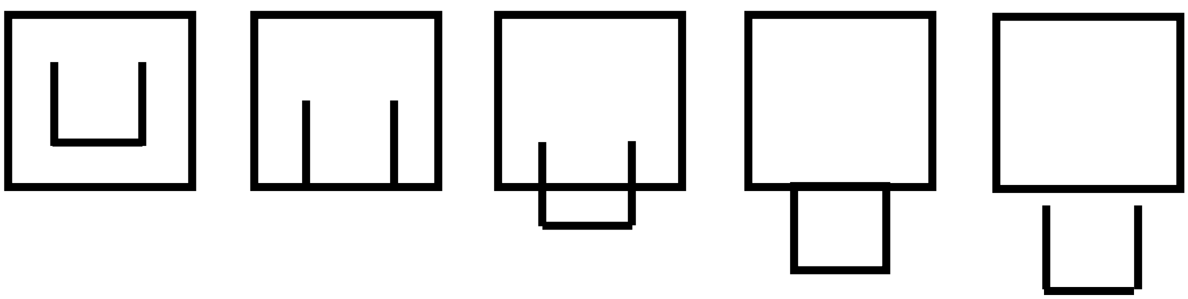
2.1. Abgeschlossene Systeme

2.1.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



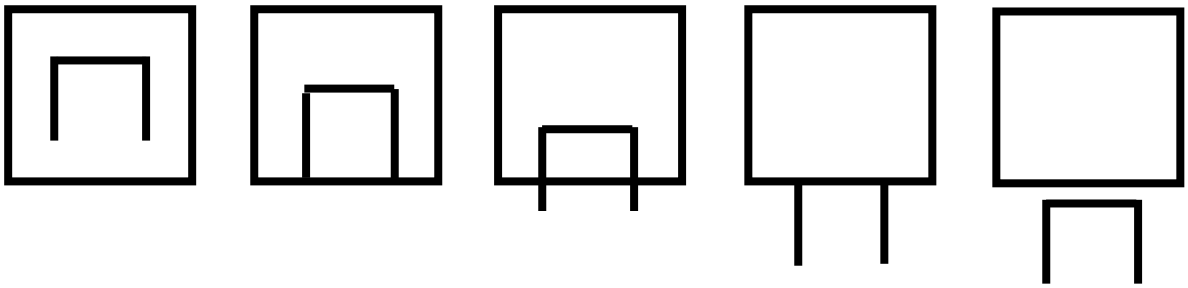
$0^1_1 \subset 1^1_1$ $\quad$ $0^1_1 \subseteq 1^1_1$ $\quad$ $0^1_1 \cap 1^1_1$ $\quad$ $0^1_1 \cup 1^1_1$ $\quad$ $0^1_1 \cup \emptyset \cup 1^1_1$

2.1.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



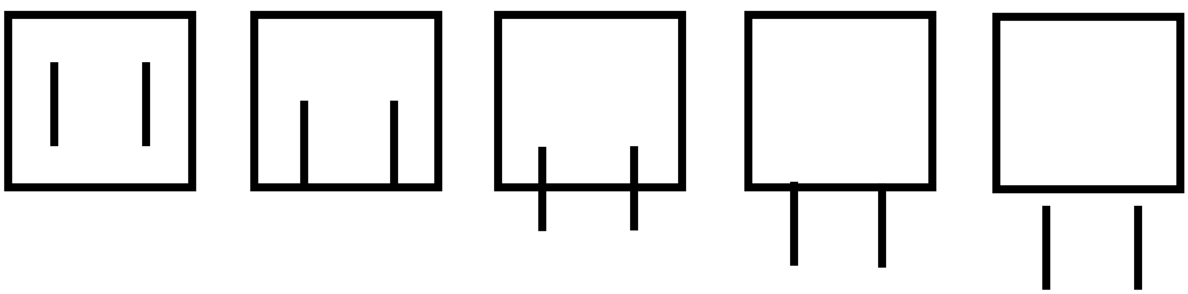
$0^1 \subset 1^1_1$ $\quad$ $0^1 \subseteq 1^1_1$ $\quad$ $0^1 \cap 1^1_1$ $\quad$ $0^1 \cup 1^1_1 0^1 \cup \emptyset \cup 1^1_1$

2.1.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen



$0_1 \subset 1^1{}_1$ $0_1 \subseteq 1^1{}_1$ $0_1 \cap 1^1{}_1$ $0_1 \cup 1^1{}_1$ $0_1 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1$

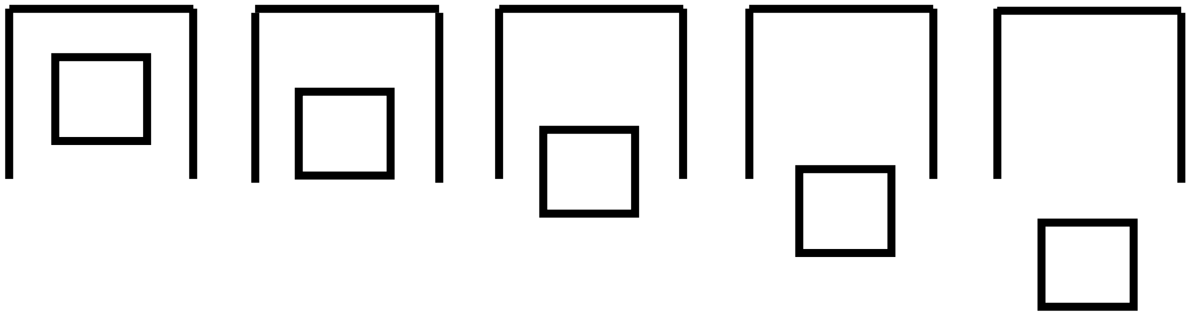
2.1.4. Mit offenen Teilsystemen



$0 \subset 1^1{}_1$ $0 \subseteq 1^1{}_1$ $0 \cap 1^1{}_1$ $0 \cup 1^1{}_1$ $0 \cup \emptyset \cup 1^1{}_1$

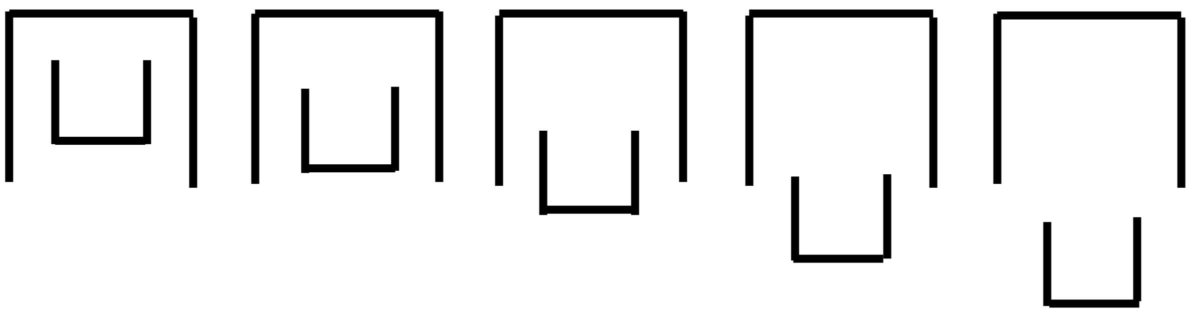
2.2. Halboffene Systeme

2.2.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



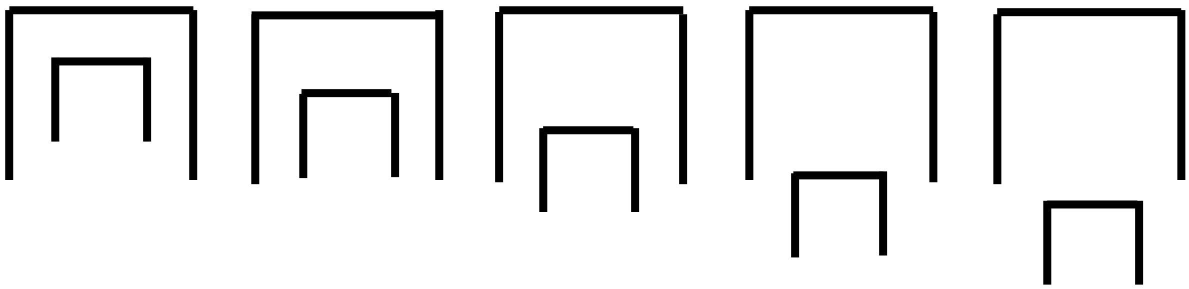
$0^1_1 \subset 1_1$ $0^1_1 \subseteq 1_1$ $0^1_1 \cap 1_1$ $0^1_1 \cup 1_1$ $0^1_1 \cup Ø \cup 1_1$

2.2.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



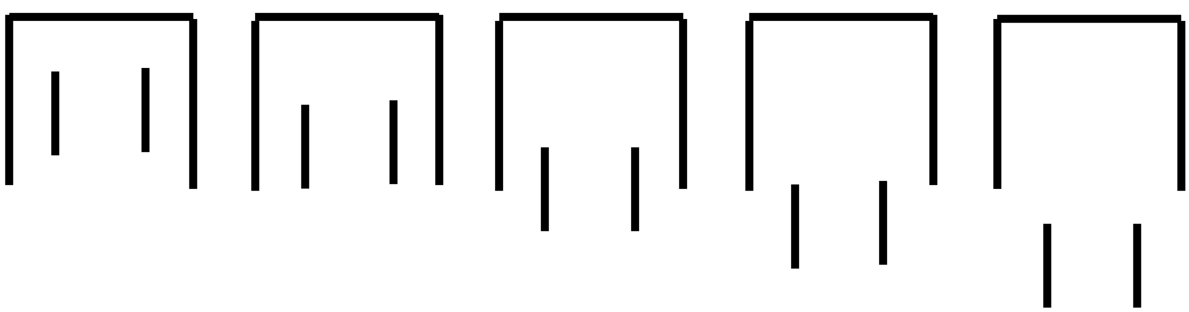
$0^1 \subset 1_1$ $0^1 \subseteq 1_1$ $0^1 \cap 1_1$ $0^1 \cup 1_1$ $0^1 \cup Ø \cup 1_1$

2.2.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen



$0_1 \subset 1_1$ $0_1 \subseteq 1_1$ $0_1 \cap 1_1$ $0_1 \cup 1_1$ $0_1 \cup \emptyset \cup 1_1$

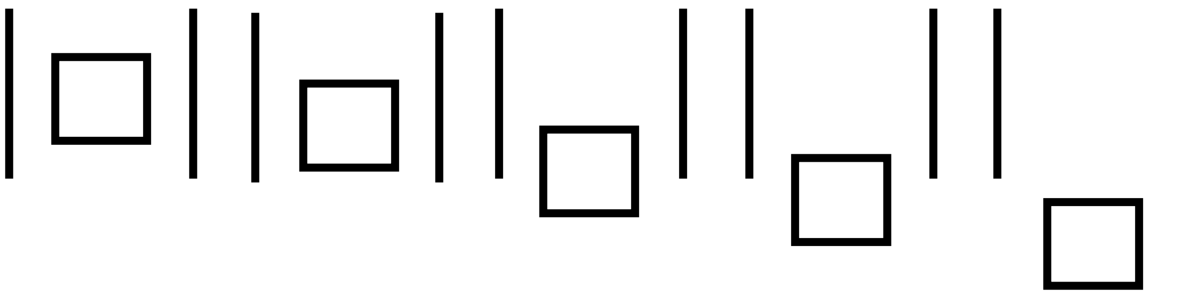
2.2.4. Mit offenen Teilsystemen



$0 \subset 1_1$ $0 \subseteq 1_1$ $0 \cap 1_1$ $0 \cup 1_1$ $0 \cup \emptyset \cup 1_1$

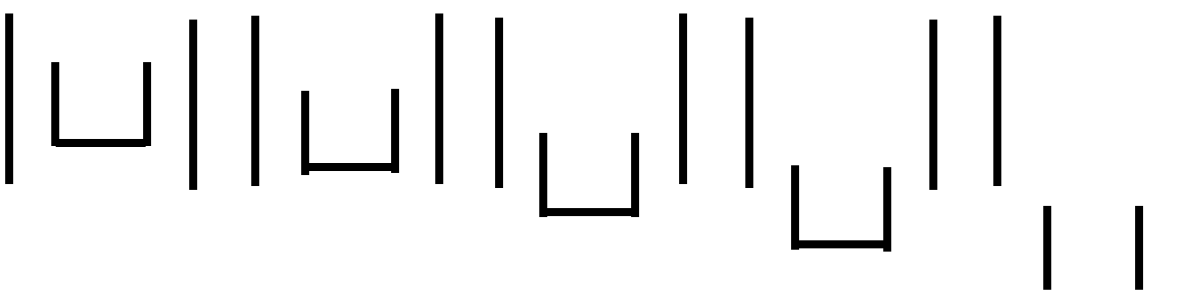
2.3. Offene Systeme

2.3.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



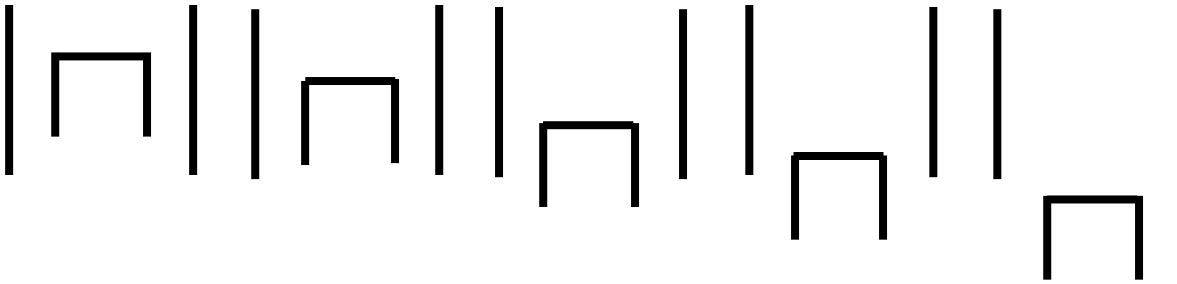
$0^{1}{}_{1} \subset 1$ $\quad$ $0^{1}{}_{1} \subseteq 1$ $\quad$ $0^{1}{}_{1} \cap 1$ $\quad$ $0^{1}{}_{1} \cup 1$ $\quad$ $0^{1}{}_{1} \cup \varnothing \cup 1$

2.3.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



$0^{1} \subset 1$ $\quad$ $0^{1} \subseteq 1$ $\quad$ $0^{1} \cap 1$ $\quad$ $0^{1} \cup 1$ $\quad$ $0^{1} \cup \varnothing \cup 1$

2.3.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen



$0_1 \subset 1$ $0_1 \subseteq 1$ $0_1 \cap 1$ $0_1 \cup 1$ $0_1 \cup \emptyset \cup 1$

2.3.4. Mit offenen Teilsystemen

$0 \subset 1$ $0 \subseteq 1$ $0 \cap 1$ $0 \cup 1$ $0 \cup \emptyset \cup 1$

Bibliographie

Toth, Alfred, Systeme possessiver und copossessiver Deixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016

Topologische Zahlen II

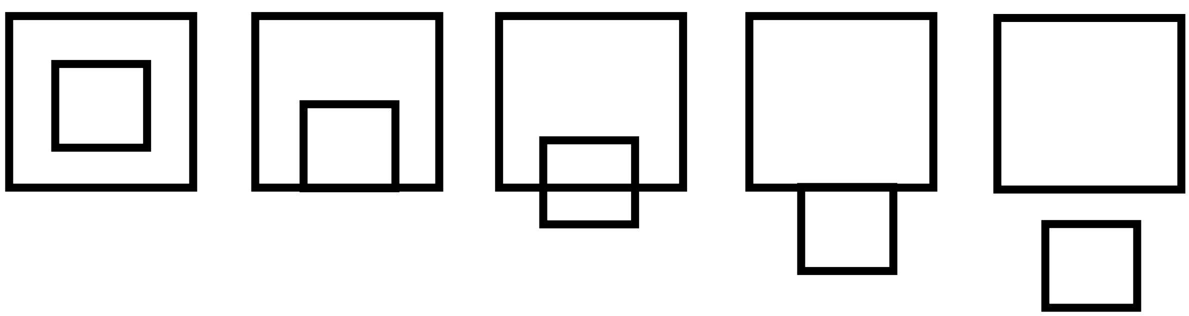
1. Gegeben sei das folgende Zählschema topologischer Zahlen (vgl. Toth 2017).

S/U	Off	Hal	Abg
0/1	| |	⊔, ⊓	□
1/0	| |	⊓, ⊔	□

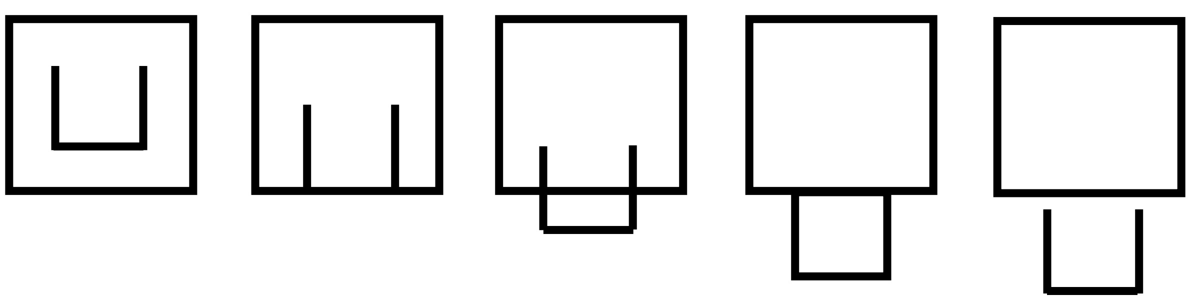
2. Die 60 ontotopologischen invarianten Strukturen

2.1. Abgeschlossene Systeme

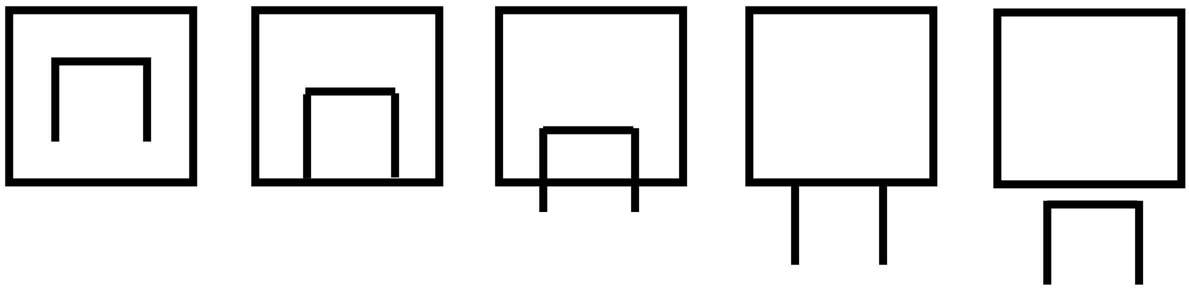
2.1.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



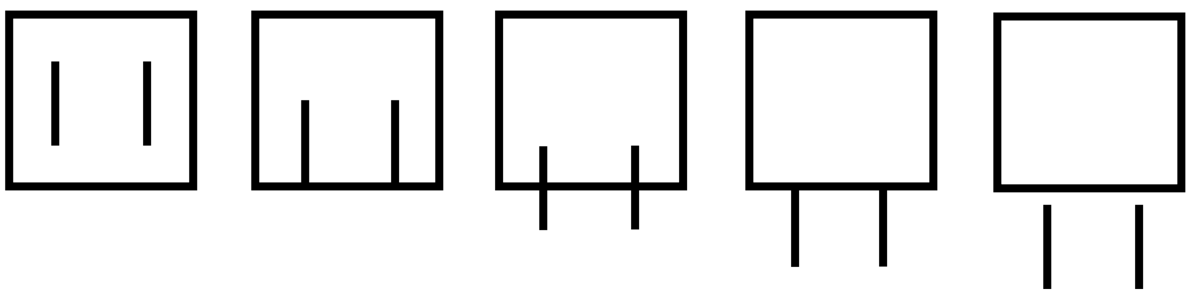
2.1.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



2.1.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen

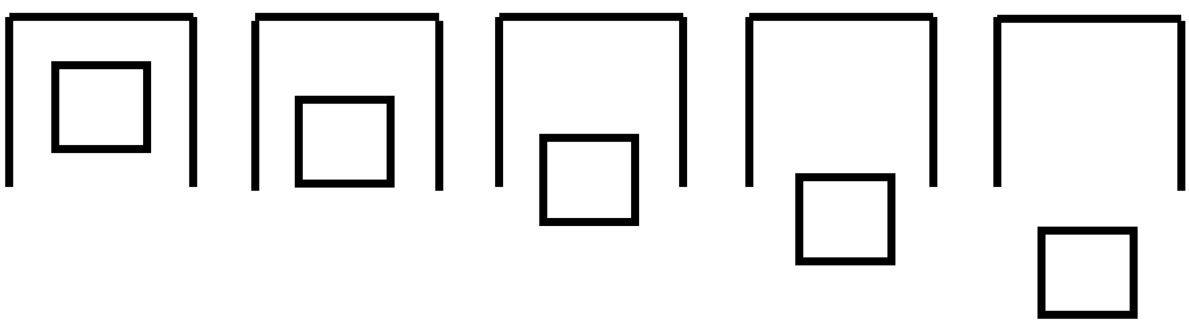


2.1.4. Mit offenen Teilsystemen

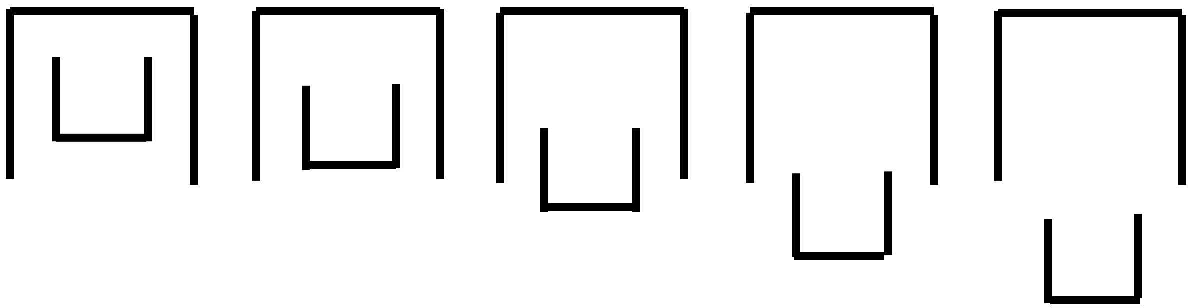


2.2. Halboffene Systeme

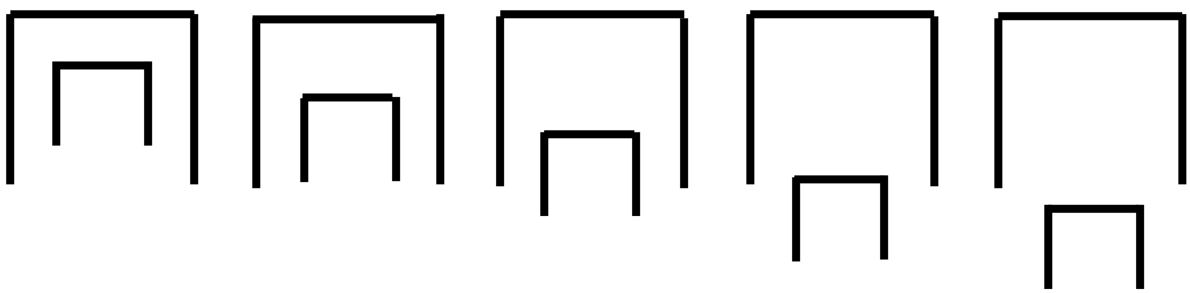
2.2.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



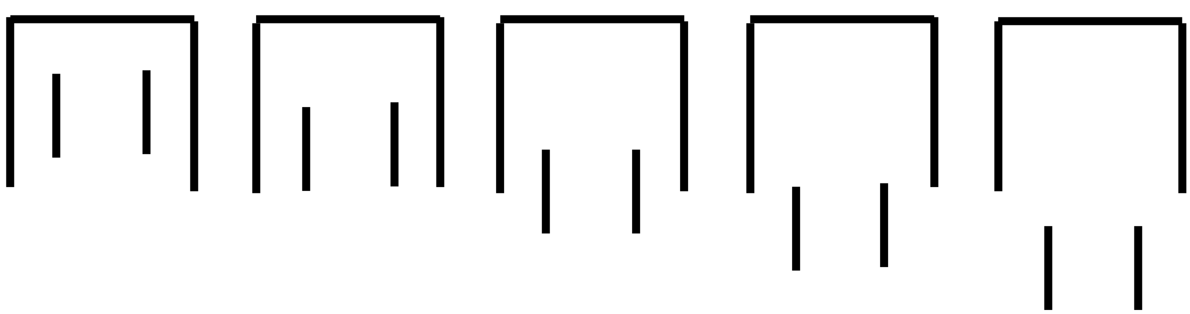
2.2.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



2.2.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen

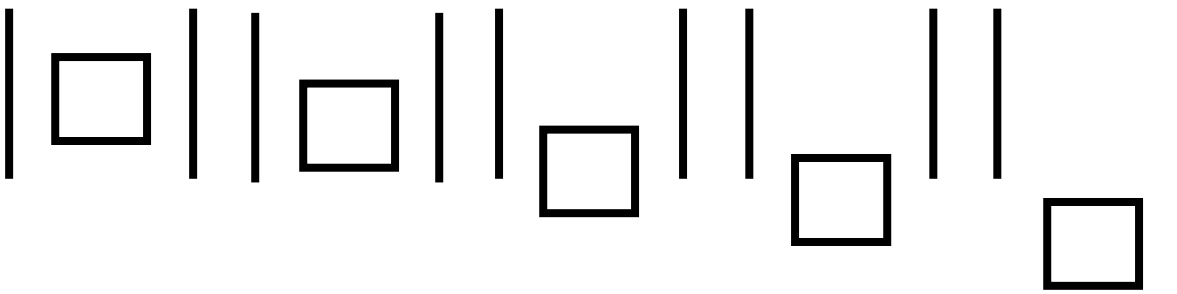


2.2.4. Mit offenen Teilsystemen

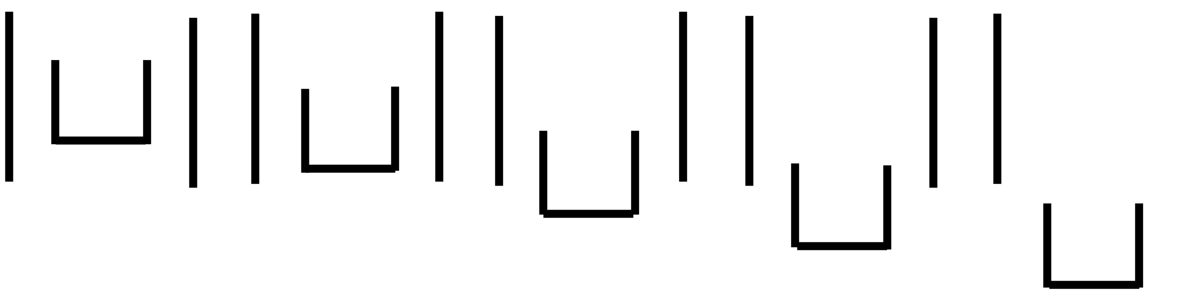


2.3. Offene Systeme

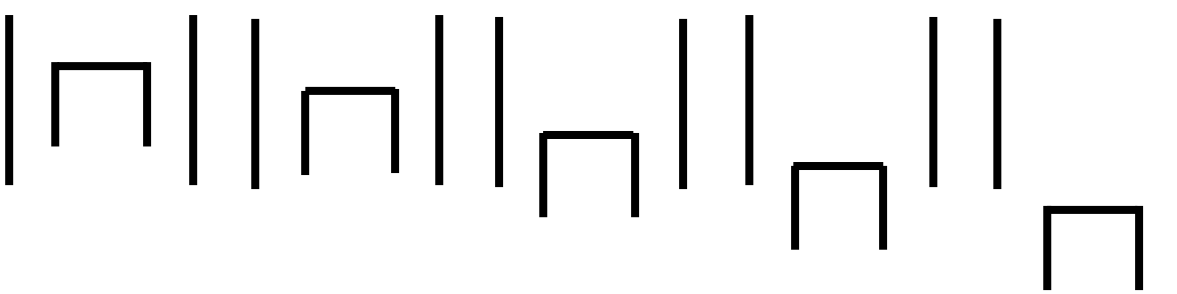
2.3.1. Mit abgeschlossenen Teilsystemen



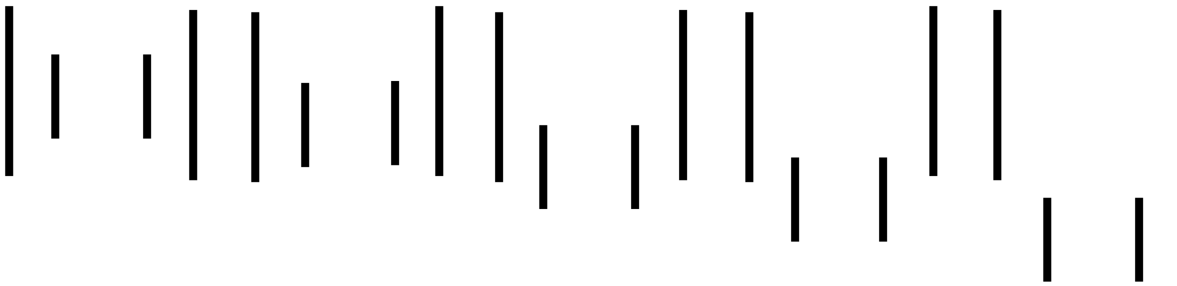
2.3.2. Mit systemwärts halboffenen Teilsystemen



2.3.3. Mit umgebungswärts halboffenen Teilsystemen



2.3.4. Mit offenen Teilsystemen



3. Die 60 topologischen Grundzahlen

2.1. Abgeschlossene Zahlen

$0^1_1 \subset 1^1_1$	$0^1_1 \subseteq 1^1_1$	$0^1_1 \cap 1^1_1$	$0^1_1 \cup 1^1_1$	$0^1_1 \cup \emptyset \cup 1^1_1$
$0^1 \subset 1^1_1$	$0^1 \subseteq 1^1_1$	$0^1 \cap 1^1_1$	$0^1 \cup 1^1_1$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1^1_1$
$0_1 \subset 1^1_1$	$0_1 \subseteq 1^1_1$	$0_1 \cap 1^1_1$	$0_1 \cup 1^1_1$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1^1_1$
$0 \subset 1^1_1$	$0 \subseteq 1^1_1$	$0 \cap 1^1_1$	$0 \cup 1^1_1$	$0 \cup \emptyset \cup 1^1_1$

2.2. Halboffene Zahlen

$0^1_1 \subset 1_1$	$0^1_1 \subseteq 1_1$	$0^1_1 \cap 1_1$	$0^1_1 \cup 1_1$	$0^1_1 \cup \emptyset \cup 1_1$
$0^1 \subset 1_1$	$0^1 \subseteq 1_1$	$0^1 \cap 1_1$	$0^1 \cup 1_1$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1_1$
$0_1 \subset 1_1$	$0_1 \subseteq 1_1$	$0_1 \cap 1_1$	$0_1 \cup 1_1$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1_1$
$0 \subset 1_1$	$0 \subseteq 1_1$	$0 \cap 1_1$	$0 \cup 1_1$	$0 \cup \emptyset \cup 1_1$

2.3. Offene Zahlen

$0^1{}_1 \subset 1$	$0^1{}_1 \subseteq 1$	$0^1{}_1 \cap 1$	$0^1{}_1 \cup 1$	$0^1{}_1 \cup \emptyset \cup 1$
$0^1 \subset 1$	$0^1 \subseteq 1$	$0^1 \cap 1$	$0^1 \cup 1$	$0^1 \cup \emptyset \cup 1$
$0_1 \subset 1$	$0_1 \subseteq 1$	$0_1 \cap 1$	$0_1 \cup 1$	$0_1 \cup \emptyset \cup 1$
$0 \subset 1$	$0 \subseteq 1$	$0 \cap 1$	$0 \cup 1$	$0 \cup \emptyset \cup 1$

Bibliographie

Toth, Alfred, Systeme possessiver und copossessiver Deixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016

Toth, Alfred, Topologische Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017

Einführung der ontischen Zahl

1. Bekanntlich wurde in Toth (2015a, b) die qualitative, ortsfunktionale Zahl der Form

$Z = f(\omega)$

eingeführt. Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear, wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent und transjazent gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

1.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

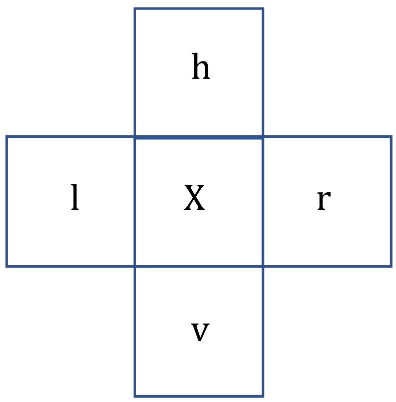
1.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

1.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccccccc}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i
\end{array}$$

2. Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die elementare Form



hat und in dem X für die von Bense unterschiedenen drei raumsemiotischen Kategorien System, Abbildung und Repertoire steht (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80). In anderen Worten: Zwischen einem Zahlenfeld und einem Raumfeld besteht eine arithmetisch-geometrische Isomorphierelation,.

3. In Toth (2017) waren die topologischen Zahlen eingeführt worden. Eine topologische Zahl ist eine Zahl der Form

$$Z = Z_y^x$$

mit

$x = 0$ oder $x = 1$

und

y = 0 oder y = 1,

je nachdem, ob ein gezähltes Objekt vorne oder hinten bzw. rechts oder links offen (0) oder abgeschlossen ist. Vereinigt man nun aber diese vorläufige Definition der topologischen Zahl mit der arithmetisch-geometrischen Isomorphierelation, so erhält man eine vollständige topologische Zahl, die wir als ONTISCHE ZAHL bezeichnen und durch

$$Z = Z\begin{matrix} h & r \\ l & v \end{matrix}$$

definieren wollen. Da ontische Zahlen Systeme, Abbildungen oder Repertoires zählen, gilt ferner natürlich

X ∈ (Sys, Abb, Rep),

d.h. wir bekommen

$$X\begin{matrix} h & r \\ l & v \end{matrix},$$

darin die Indizes v für vorne, h für hinten, r für rechts und l für links stehen. Eine vollständig abgeschlossenes X hat somit die topologische Form

$$X\begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$$

und ein vollständig offenes X hat die topologische Form

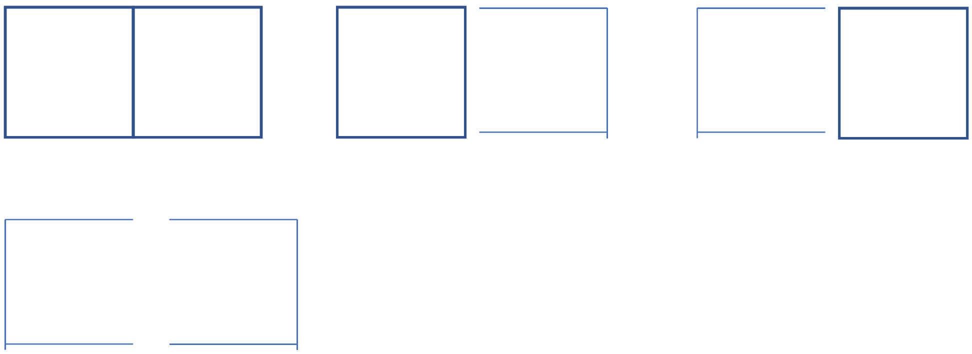
$$X\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}.$$

Man kann somit Offenheit und Abgeschlossenheit für alle vier Seiten eines Systems, einer Abbildung oder eines Repertoires durch ontische Zahlen bestimmen.

Hat man zum Beispiel zwei Systeme X und Y mit

Y = f(X),

(wie sie etwa bei Anbauten auftreten) so können sie in den vier geometrischen Formen



auftretren. Ihnen korrespondieren dann in dieser Reihenfolge die ontischen Zahlen

$$Z = (X \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}, Y \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix})$$

$$Z = (X \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}, Y \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix})$$

$$Z = (X \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix}, Y \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix})$$

$$Z = (X \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix}, Y \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix})$$

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Die ortsfunktionalen Zählweisen innerhalb des ontotopologisch-raumsemiotischen Modelles. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Semiotische Raumfelder

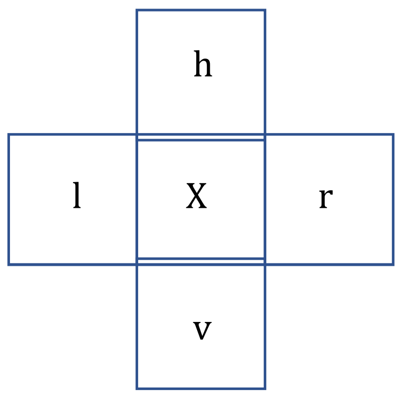
1. Eine ontische Zahl ist eine Zahl der Form (vgl. Toth 2018a)

$$Z = Z\begin{matrix} h & & r \\ l & & v \end{matrix},$$

d.h. sie unterscheidet sich von der in Toth (2017) eingeführten topologischen Zahl der Form

$$Z = Z_y^x$$

dadurch, daß hier von den vier Seiten des reduktiven Raumfeldes (vgl. Toth 2014)



jeweils zwei doppeldeutig werden, also etwa vorn und rechts sowie hinten und links. Zwischen der ontischen Zahl und dem ontotopologischen Raumfeld besteht somit Isomorphie.

2. Wie bereits in Toth (2018b) gezeigt worden waren, besteht ferner Isomorphie zwischen dem durch die transitorischen Raumfelderfelder ergänzten vollständigen ontotopologischen Raumfeld

hl	hm	hr
zl	zm	zr
vl	vm	vr

darin

hl = V(zl, hm)

hr = V(zr, hm)

vl = V(zl, vm)

vr = V(zr, vm)

gelten, und der transitorisch erweiterten ontischen Zahl

$$Z = Z \begin{array}{ccc} hl & hm & hr \\ zl & z & zr \\ vl & vm & vr \end{array}.$$

Aus Toth (2016) folgt nun die weitere Isomorphie zwischen dem ontotopologischen Raumfeld und der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix, d.h. wir haben

hl	hm	hr
zl	zm	zr
vl	vm	vr

$$\cong \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

.

3. Nun besteht allerdings keine gliedweise Isomorphie zwischen den Einträgen des Raumfeldes und denjenigen der semiotischen Matrix, da ja auch ontisch nicht vorhersehbar ist, welche ontische Kategorie durch welches Subzeichen repräsentiert bzw. welches Subjzeichen durch welche ontische Kategorie präsentiert wird. Wir können deshalb semiotische Raumfelder als Zyklen einführen, indem wir die Subzeichen z.B. im Uhrzeigersinn rotieren lassen.

$$Z = Z \begin{array}{ccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$Z_1 = Z \begin{array}{ccc} 3.3 & 1.1 & 1.2 \\ 1.3 & 2.1 & 2.2 \\ 2.3 & 3.1 & 3.2 \end{array}$$

$$Z_2 = Z \begin{array}{ccc} 3.2 & 3.3 & 1.1 \\ 1.2 & 1.3 & 2.1 \\ 2.2 & 2.3 & 3.1 \end{array}$$

$$Z_3 = Z \begin{array}{ccc} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$Z_4 = Z \begin{array}{ccc} 2.3 & 3.1 & 3.2 \\ 3.3 & 1.1 & 1.2 \\ 1.3 & 2.1 & 2.2 \end{array}$$

$$Z_5 = Z \begin{array}{ccc} 2.2 & 2.3 & 3.1 \\ 3.2 & 3.3 & 1.1 \\ 1.2 & 1.3 & 2.1 \end{array}$$

$$Z_6 = Z \begin{matrix} 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{matrix}$$

$$Z_7 = Z \begin{matrix} 1.3 & 2.1 & 2.2 \\ 2.3 & 3.1 & 3.2 \\ 3.3 & 1.1 & 1.2 \end{matrix}$$

$$Z_8 = Z \begin{matrix} 1.2 & 1.3 & 2.1 \\ 2.2 & 2.3 & 3.1 \\ 3.2 & 3.3 & 1.1 \end{matrix}$$

Dann schließt sich der Zyklus:

$$Z_9 = Z \begin{matrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{matrix}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie der ontisch.semiotischen Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Topologische Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017

Toth, Alfred, Einführung der ontischen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Ontische Zahlen und transitorische Raumfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b